تصميم منطقي (المحاضرة الأولى)

الأنظمة الرقمية Number Systems

1- النظام العشري Decimal Number System

يتكون هذا النظام من عشرة أرقام (9 ⟶ 0) أما الأرقام الباقية التي هي أكثر من (9) تأتي من دمج هذه الأرقام وأساس هذا النظام وهو الرقم (10) ويعتمد على القيمة المكانية للرقم .

Example 1 :- $(8231)_{10}$

$= 8\times10^3+2\times10^2+3\times10^1+1\times10^0$

أما اذا كان الرقم يحتوي على عشر

Example 2:- $(354.312)_{10}$

$= 3\times10^2 + 5\times10^1 + 4\times10^0. 3\times10^{-1} + 1\times10^{-2} +2 \times10^{-3}$

2- النظام الثنائي Binary Number System

هو النظام الذي يعتمد على العددين (1 , 0) وأساس هذا النظام هو الرقم (2)

2-1التحويل من النظام الثنائي الى النظام العشري Binary to Decimal Conversion

Example 3 :- $(1011.1011)_2 \longrightarrow (11.6875)_{10}$

$= 1\times2^3 + 0\times2^2 + 1\times2^1 + 1\times2^0. 1\times2^{-1} + 0\times2^{-2} + 1\times2^{-3} + 1\times2^{-4}$

$=8 + 0 + 2 +1 \ . \ \frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$

$=11.6875$

2-2 التحويل من النظام العشري الى النظام الثنائي Decimal to Binary Conversion

تتم هذه العملية بتقسيم الأرقام العشرية على أساس النظام الثنائي (2) حتى نصل الى الصفر (0) ونأخذ الباقي من القسمة من الأسفل الى الأعلى .

Example 4 :- Convert $(95)_{10} \longrightarrow (10111111)_2$

2	95	1
2	47	1
2	23	1
2	11	1
2	5	1
2	2	1
2	1	0
2	0	1

ويكون الرقم النهائي الثنائي هو (1011111).

وهناك طريقة ثانية للتحويل للنظام الثنائي..

.... 2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
.... 128	64	32	16	8	4	2	1
	1	0	1	1	1	1	1

وفي حالة وجود الفارزة العشرية فنأخذ العدد الذي بعد الفارزة ونضربه في أساس النظام والذي هو الرقم (2) ونأخذ الأعداد الصحيحة من حاصل الضرب في كل مرة ثم نرتبها من الأعلى للأسفل.

Example 5:- Convert $(10.375)_{10} \longrightarrow (\ 1010.011\ )_2$

أولا نأخذ العدد 10 ونحوله الى النظام الثنائي

2	10	0
2	5	1
2	2	0
2	1	1
	0	

ومن ثم نأخذ العدد (.375) والذي هو بعد الفارزة

2	× .375	0	.750
2	×.75	1	.50
2	× .5	1	.0

ونأخذ الأرقام الصحيحة من الأعلى الى الأسفل فيكون 011 ويكون الرقم النهائي

$$(10.375)_{10} \longrightarrow (1010.011\ )_2$$

3- النظام الثماني Octal Number System

يتكون هذا النظام من ثمانية أرقام تبدأ من (7 ⟵ 0) وأساس هذا النظام هو الرقم (8) .

1-3 التحويل من النظام الثماني الى النظام العشري Conversion of Octal to Decimal

Example 6:- Convert $(1720)_8 \longrightarrow (\ 976\ )_{10}$

$= 1\times8^3 + 7\times8^2 + 2\times8^1 + 0\times8^0$

$=512+448+16=976$

وهذا يعني أن الرقم (1720) بالنظام الثماني يقابله الرقم (976) بالنظام العشري

Example 7:- Convert $(50.50)_8 \longrightarrow (\ 40.625\ )_{10}$

$= 5\times8^1 + 5\times8^0 \,.\, 5\times8^{-1} + 0\times8^{-2} = 40.625$

Conversion of Decimal to Octal ***2-3 التحويل من النظام العشري الى النظام الثماني***

Example 8:- Convert $(950)_{10} \longrightarrow (\ 1666\ )_8$

8	950	6
8	118	6
8	14	6
8	1	1
	0	

Example 9 :- Convert $(10.23\ )_{10} \longrightarrow (12.165)_8$

أولا نأخذ العدد 10 ونحوله الى النظام الثماني

8	10	2
8	1	1
	0	

ومن ثم نأخذ العدد (.23) والذي هو بعد الفارزة

8	× .23	1	.84
8	×.84	6	.72
8	× .72	5	.76

Conversion of Octal to Binary ***3-3التحويل من النظام الثماني الى النظام الثنائي***

بما انه النظام الثماني يتكون من ثمانية أرقام فكل رقم يمكن أن يمثل بثلاثة أرقام ثنائية وكما يلي:-

0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

التحويل يكون بأخذ كل رقم وتحويله الى ما يقابله بالنظام الثنائي

ملاحظة :- اذا كانت هناك فارزة فالأرقام التي على يمين الفارزة فتمثل بنفس الطريقة

Example 10:- Convert $(376.34\ )_8 \longrightarrow (011111110.011100)_2$

4-3التحويل من النظام الثنائي الى النظام الثماني Conversion of Binary to Octal

تتم عملية التحويل من الثنائي الى الثماني بطريقة معاكسة لعملية التحويل من الثماني الى الثنائي.

Example 11:- Convert $(10101011.1101)_2 \longrightarrow (253.64)_8$

والطريقة تكون بأخذ كل ثلاثة أرقام من اليمين الى اليسار بالنسبة للعدد قبل الفارزة ومن اليسار لليمين للعدد بعد الفارزة ونكمل بالرقم (0) ونعوض ما يقابل كل رقم بالنظام العشري.

010	101	011	.	110	100
2	5	3		6	4

4- النظام السادس عشر Hexadecimal Number System

يتكون هذا النظام من (16) تبدأ من $(0 \longrightarrow 9)$ ونكمل بالحروف (A B C D E and F) وأساس هذا النظام هو الرقم (16) .

4-1التحويل من النظام السادس عشر الى النظام العشري Conversion of Hexadecimal to Decimal

Example 12 :- Convert $(2DF)_{16} \longrightarrow (735)_{10}$

$$= 2\times16^2 + D\times16^1 + F\times16^0$$

$$= 2\times16^2 + 13\times16 + 15\times16^0 = 735$$

4-2التحويل من النظام العشري الى النظام السادس عشر Conversion of Decimal to Hexadecimal

Example 13:- Convert $(423)_{10} \longrightarrow (1A7)_{16}$

16	423	7
16	26	10 → A
16	1	1
	0	

Example 14:- Convert $(23.23)_{10} \longrightarrow (17.3AE)_{16}$

أولا نأخذ العدد 23 ونحوله الى النظام السادس عشر

16	23	7
16	1	1
	0	

ومن ثم نأخذ العدد (.23) والذي هو بعد الفارزة

16	× .23	3	.68
16	×.68	10	.88
16	× .88	14	.08

نمثل العدد (10) بالحرف A والعدد (14) بالحرف E في النظام السادس عشر

3-4التحويل من النظام السادس عشر الى النظام الثنائي *Conversion of Hexadecimal to Binary*

0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

كل رقم يحول الى ما يقابله في النظام الثنائي

Example 15:- Convert $(3FBE.A6)_{16} \longrightarrow (0011111110111110.10100110)_2$

4-4 التحويل من النظام الثنائي الى النظام السادس عشر *Conversion of Binary to Hexadecimal*

Example 16:- Convert $(1011010011110.11011101)_2 \longrightarrow (169E.DD)_{16}$

000(1   0110   1001   1110. 1101   1101)

1   6   9   E   D   D

تصميم منطقي (المحاضرة الثانية)

العمليات الرياضية بالنظام الثنائى Binary Arithmetic

1- عملية الجمع Addition

وتتم هذه العملية بنفس الطريقة التي تجمع بها الإعداد العشرية ولكن في هذا النظام لدينا فقط (0 ,1)

		Sum	Carry
	0 + 0 =	0	0
	0 + 1 =	1	0
	1 + 0 =	1	0
	1 + 1 =	0	1
1+	1 + 1 =	1	1

Example 1:-

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 0\ 1 \\ +\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\ \hline 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0 \end{array}$$

2- عملية الطرح Subtraction

	Diff	Barrow
0 - 0 =	0	0
0 - 1 =	1	1
1 - 0 =	1	0
1 - 1 =	0	0

Example 2:-

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 1 \\ -\ 1\ 0\ 1 \\ \hline 0\ 1\ 0 \end{array}$$

Example 3:-

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 1\ 0 \\ -\ 1\ 1\ 0\ 1 \\ \hline 0\ 0\ 0\ 1 \end{array}$$

Example 4:-

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 0 \\ -\ 0\ 0\ 0\ 1 \\ \hline 0\ 1\ 1\ 1 \end{array}$$

3- عملية الضرب Multiplication

0 * 0 = 0
0 * 1 = 0
1 * 0 = 0
1 * 1 = 1

Example 5:- Multiply (101.1)*(11.01) =(10001.111)

```
              1 0 1 1
            * 1 1 0 1
              1 0 1 1
            0 0 0 0
          1 0 1 1
      + 1 0 1 1
      ---------------
      1 0 0 0 1 1 1 1
```

4- عملية القسمة Division

$0 \div 0 = 0$

$0 \div 1 = 0$

$1 \div 0 = \infty$

$1 \div 1 = 1$

Example 6:- Divide (10001) ÷ (10)

```
          1  0  0  0  .  1
        ------------------
   10  |  1  0  0  0  0
          1  0
        ------------------
          0  0  0  0  1  0
                      1  0
        ------------------
                      0  0
```

العمليات الرياضية في النظام الثماني Octal Arithmetic:-

1- الجمع في النظام الثماني

Example 7:-

```
      7  4
  +   6  3
  --------
   1  5  7
```

Example 8:-

```
      7  3
  +   5  6
  --------
   1  5  1
```

2- الطرح في النظام الثماني

Example 9:-

```
    4  6  5
  - 3  7  7
  ---------
    0  6  6
```

Example 10:-

```
    5  5
  - 4  7
  ------
    0  6
```

العمليات الرياضية في النظام السادس عشر Hexadecimal Arithmetic:-

1- الجمع في النظام السادس عشر

Example11:-

```
     E  3  8
  +  7  A  9
  ----------
  1  5  E  1
```

Example 12:-

```
      F  6  B
  +   2  7  5
  -----------
   1  1  E  0
```

Example 13:-

```
      F  F
  +   B  A
  --------
   1  A  9
```

2- الطرح في النظام السادس عشر

Example14:-

$$\begin{array}{r} B\ 7 \\ -\ \underline{A\ 6} \\ 1\ 1 \end{array}$$

Example 15:-

$$\begin{array}{r} C\ 3 \\ -\ \underline{A\ 6} \\ 1\ D \end{array}$$

Example 16:-

$$\begin{array}{r} 8\ A \\ -\ \underline{6\ E} \\ 1\ C \end{array}$$

Binary Coding الاكواد الثنائية

1- ***Binary Coded Decimal (BCD***)

0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

Example 17:- Convert $(32\ .\ 48)_{10} \longrightarrow (00110010.01001000)_{BCD}$

Example 18:- Convert $(01110001\ .00011000)_{BCD} \longrightarrow (71.08)_{10}$

ملاحظة :- للتحويل من نظام BCD الى النظام الثنائي نبدأ بالتحويل الى النظام العشري ومن ثم نحول العشري الى الثنائي .

Example 19:- Convert $(00110000011\ .0101)_{BCD} \longrightarrow (10110111.1)_2$

نحوله الى النظام العشري فيكون الرقم الناتج هو $(183.5)_{10}$ ونحول الناتج الى النظام الثنائي بطريقة التحليل

$$\begin{array}{r|ll} 2 & 183 & \quad 1 \\ 2 & 91 & \quad 1 \\ 2 & 45 & \quad 1 \\ 2 & 22 & \quad 0 \\ 2 & 11 & \quad 1 \\ 2 & 5 & \quad 1 \\ 2 & 2 & \quad 0 \\ 2 & 1 & \quad 1 \\ 2 & 0 & \end{array}$$

$.5 \times 2 \qquad 1.0$

فيكون الناتج (10110111.1)

Example 20:- Convert (10001010.101 $)_2 \longrightarrow (\quad)_{BCD}$

في هذا المثال تكون العملية معاكسة للمثال السابق حيث نحول الرقم من النظام الثنائي الى العشري ومن ثم الى نظام ال BCD

$= 1\times2^7 + 0\times2^3 + 1\times2^1 + 1\times2^0 . 1\times2^{-1} + 1\times2^{-3}$

$=128 + 8+ 2 \quad .0.5 \quad + 0 .125$

$=138.625$

فيكون الناتج الرقم بالنظام العشري $(138.625)_{10}$ حيث نحول الناتج الى النظام ال BCD

$(000100111000.011000100101)_{BCD}$

2- *Excess -3*

وهو الكود (BCD + 3)

اي بمعنى نفس الكود (BCD) ويضاف له (3)

Example 21:- Convert $(0100.0000)_{BCD} \longrightarrow (0111.0011)_{XS3}$

BCD	0100.0000
	0011.0011
XS3	0111.0011

Example 22:- Convert $(62)_{10} \longrightarrow (10010101)_{XS3}$

Decimal	6 2
	+ 3 3
	9 5
XS3	10010101

أو بطريقة أخرى

Decimal	6 2
	01100010
+	00110011
XS3	10010101

وللتحويل من XS3 الى Decimal

Example 23:- Convert $(10001100)_{XS3} \longrightarrow (59)_{10}$

XS3	10001100
-	00110011
	01011001
Decimal	5 9

3- Gray

للتحويل من الكود الثنائي Binary الى الكود Gray الرقم الأول يبقى نفسه والرقم الثاني يأتي من حاصل جمع الرقم الأول مع الثاني والرقم الثالث يأتي من حاصل جمع الثاني والثالث وهكذا....

Example 24:- Convert $(10110)_{Binary} \longrightarrow (11101)_{Gray}$

$$\begin{array}{ccccccl} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & \longleftarrow & \text{Binary} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & \longleftarrow & \text{Gray} \end{array}$$

وللتحويل المعاكس اي من الكود Gray الى الثنائي Binary الرقم الأول يبقى نفسه والرقم الثاني يأتي من حاصل جمع ناتج الأول مع الرقم الثاني والرقم الثالث يأتي من حاصل جمع ناتج الثاني مع الرقم الثالث وهكذا..

Example 25:- Convert $(011011)_{Gray} \longrightarrow (010010)_{Binary}$

$$\begin{array}{cccccccl} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & \longleftarrow & \text{Gray} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & \longleftarrow & \text{Binary} \end{array}$$

Example 26:- Convert $(10110011)_{Gray} \longrightarrow (\qquad\qquad)_{XS3}$

Subtraction Using Complement ***الطرح باستخدام المتممات***

في الأجهزة الثنائية الأرقام السالبة تمثل بصيغة التتميم لذا لإ فان عملية الطرح تبدل باستخدام عملية الجمع

For Decimal System الأنظمة العشرية

1- 10 'S Complement المتمم العاشر
2- 9 'S Complement المتمم التاسع

For Binary System الأنظمة الثنائية

1- 2 'S Complement المتمم الثاني
2- 1 'S Complement المتمم الأول

1- 10 'S Complement المتمم العاشر

توجد حالتان وهما :-

الحالة الأولى :- اذا كان الرقم المطوح اقل من المطروح منه فتكون الخطوات :-

1- نقلب العملية الى جمع
2- نأخذ المتمم العاشر للرقم المطروح
3- يهمل الواحد الظاهر في أقصى يسار الناتج والباقي يكون ناتج الطرح

Example 27 :- (89 - 23)

$$\begin{array}{r} 89 \\ +\ 77 \\ \hline ①66 \end{array}$$

المتمم العاشر

يهمل الواحد

الحالة الثانية :- اذا كان الرقم المطروح اكبر من المطروح منه فتكون الخطوات

1- نأخذ المتمم العاشر للرقم المطروح ونقلب العملية الى جمع
2- نأخذ المتمم العاشر لناتج الجمع
3- نغير إشارة الرقم الناتج الى (سالب)

4- ***Example 28:-*** (49 - 62)

$$\begin{array}{r} 49 \\ +\ 38 \\ \hline 87 \end{array}$$

المتمم العاشر

المتمم هو -13

1- 9 'S Complement المتمم العاشر

توجد حالتان أيضا وهما :-

الحالة الأولى :- اذا كان الرقم المطوح اقل من المطروح منه فتكون الخطوات :-

1- المتمم التاسع للرقم المطروح ونقلب العملية الى جمع
2- نضيف الرقم (1) الى ناتج الجمع
3- يهمل الواحد الظاهر في أقصى يسار الناتج والباقي يكون ناتج الطرح

Example 29 :- (79 - 13)

$$\begin{array}{r} 79 \\ +\ 86 \\ \hline 1\ 65 \\ 1\ + \\ \hline ①66 \end{array}$$

المتمم التاسع

يهمل الواحد

الحالة الثانية :- اذا كان الرقم المطروح اكبر من المطروح منه فتكون الخطوات

1- نأخذ المتمم التاسع للرقم المطروح ونقلب العملية الى جمع
2- نأخذ المتمم التاسع لناتج الجمع
3- نغير إشارة الرقم الناتج الى (سالب)

Example 30 :- (54 - 81)

$$\begin{array}{r} 54 \\ +\ 18 \\ \hline 72 \end{array}$$

المتمم التاسع

المتمم هو -27

General Form of Complement ***الصيغة العامة لإيجاد المتممات***

1- A- For 10 'S Complement $\mathbf{r^n - N}$

حيث (n) يمثل عدد المراتب للعدد(r) أساس النظام و (N) يمثل الرقم المطلوب إيجاد متممه

Example 31:- find the 10'S complement for the following number:-

(23) $10^2 - 23 = 77$

(52520) $10^5 - 52520 = 100000 - 52520 = 47480$

(25.639) $10^2 - 25.639 = 100 - 25.639 = 74.361$

(0.23) $10^0 - 0.23 = 1 - 23 = 0.77$

1- B- For 2 'S Complement $\mathbf{r^n - N}$

Example 32:- find the 2'S complement for the following number:-

(10110) $2^6 - 10110 = 64 - 10110 = 1000000 - 10110 = 0010100$

(0.0110) $2^0 - 0.0110 = 1 - 0.0110 = 0.1010$

2- A- For 9 'S Complement $\mathbf{r^n - r^{-m} - N}$ **for (r–1) Complement**

حيث (n) يمثل عدد مراتب العدد قبل الفارزة (m) يمثل عدد مراتب العدد بعد الفارزة (r)أساس النظام و (N) يمثل الرقم المطلوب إيجاد متممه

Example 33:- find the 9'S complement for the following numbers:-

(25.639) $10^2 - 10^{-3} - 25.639 = 100 - 0.001 - 25.639 = 74.360$

(0.3264) $10^0 - 10^{-4} - 0.3264 = 1 - 0.0001 - 0.3264 = 0.6735$

2- B- For 1 'S Complement $\mathbf{r^n - r^{-m} - N}$

Example 34:- find the 1'S complement for the following number:-

(0.0110) $2^0 - 2^{-4} - 0.0110 = 1 - \frac{1}{16} - 0.0110$

$= 1 - 0.0001 - 0.0110 = 0.1111 - 0.0110 = 0.1001$

For Binary Number Complement Only ***طريقة خاصة لإيجاد المتمم فقط للأرقام الثنائية***

ويمكن الحصول على المتمم الاول بقلب كل (1) الى (0) وكل (0) الى (1)

Example 35:- 1011 الرقم الثنائي 0100 المتمم الأول

ويمكن الحصول على المتمم الثاني بإضافة الرقم (1) الى ناتج المتمم الأول 0100 +1 = 0101 المتمم الثاني.

الطرح باستخدام الصيغة العامة لإيجاد المتممات

Subtraction Using General Form of Complement

1- For 10 'S Complement

__الحالة الأولى :-__ الرقم المطروح اصغر من المطروح منه

Example 36:- Subtract (51 – 13) Using General Form of Complement

$r^n - N = 10^2 - 13 = 87$

$$\begin{array}{r} 51 \\ + \;\; 87 \\ \hline 1\,38 \end{array}$$

المتمم العاشر

يهمل الواحد

__الحالة الثانية :-__ الرقم المطروح اكبر من المطروح منه

Example 37:- Subtract (320 – 510) Using General Form of Complement

$r^n - N = 10^3 - 510 = 490$

$$\begin{array}{r} 320 \\ + \;\; 490 \\ \hline 810 \end{array}$$

المتمم العاشر

ثم نجد المتمم لناتج الجمع

$r^n - N = 10^3 - 810 = 190$

ثم نغير إشارة الرقم الناتج الى سالب اي يكون 190-

2- For 2 'S Complement

__الحالة الأولى__ :- الرقم المطروح اصغر من المطروح منه

Example 38:- Subtract (1010100 – 1000100) Using 2'S Complement .

	1000100		
المتمم الاول	0111011		
+	1	نضيف واحد	
المتمم الثاني	0111100		
			ثم نقلب العملية الى جمع

	1010100
+	0111100
	1 0010000

ثم نهمل الواحد (1) الظاهر في أقصى يسار الناتج فيكون الناتج 0010000

الحالة الثانية :- الرقم المطروح اكبر من المطروح منه

Example 39:- Subtract (1000100 - 1010100) Using 2'S Complement

	1010100		
المتمم الاول	0101011		
+	1	نضيف واحد	
المتمم الثاني	0101100		
			ثم نقلب العملية الى جمع

	1000100
+	0101100
	1110000

ثم نجد المتمم الثاني لناتج الجمع

	1110000
المتمم الاول	0001111
+	1
المتمم الثاني	0010000

ثم نغير إشارة الرقم الناتج الى سالب اي يكون 0010000 -

3- For 9 'S Complement

<u>الحالة الاولى :-</u> الرقم المطروح اصغر من المطروح منه

Example 40:- Subtract (510 – 320) Using General Form of 9'S Complement

$$r^n - r^{-m} - N = 10^3 - 10^0 - 320 = 679$$

		510	
	+	679	المتمم العاشر
يهمل الواحد		1189	

ثم نضيف الرقم (1) للناتج و نهمل الرقم (1) الظاهر في أقصى يسار الناتج

		1189
	+	1
يهمل الواحد		1 190

الحالة الثانية :- الرقم المطروح اكبر من المطروح منه

Example 41:- Subtract (320 – 510) Using General Form of 9'S Complement

$$r^n - r^{-m} - N = 10^3 - 10^0 - 510 = 489$$

$$\begin{array}{r} 320 \\ +\ \underline{489} \\ 809 \end{array}$$ المتمم العاشر

ثم نجد المتمم التاسع لناتج الجمع

$$r^n - r^{-m} - N = 10^3 - 10^0 - 809 = 190$$

ثم نغير إشارة الرقم الناتج الى سالب اي يكون 190–

4- For 1 'S Complement

الحالة الأولى :- الرقم المطروح اصغر من المطروح منه

Example 42:- Subtract (1010100 – 1000100) Using 1'S Complement .

$$\begin{array}{r} 1000100 \\ 0111011 \end{array}$$ المتمم الاول

ثم نقلب العملية الى جمع

$$\begin{array}{r} 1010100 \\ +\ \underline{0111011} \\ 10001111 \end{array}$$

ثم نضيف واحد الى الناتج

$$\begin{array}{r} 10001111 \\ \underline{1} \\ 10010000 \end{array}$$

ثم نهمل الواحد (1) الظاهر في أقصى يسار الناتج فيكون الناتج 0010000

الحالة الثانية :- الرقم المطروح اكبر من المطروح منه

Example 43:- Subtract (1000100 - 1010100) Using 1'S Complement

$$\begin{array}{r} 1010100 \\ 0101011 \end{array}$$ المتمم الاول

ثم نقلب العملية الى جمع

$$\begin{array}{r} 1000100 \\ +\ \underline{0101011} \\ 1101111 \end{array}$$

ثم نجد المتمم الأول لناتج الجمع ثم نغير إشارة الرقم الناتج الى سالب اي يكون

$$\begin{array}{r} 1101111 \\ -\ 0010000 \end{array}$$

تصميم منطقي (المحاضرة الثالثة)

البوابات المنطقية Logic Gates

وهي عبارة عن دائرة بإشارة إدخال واحدة أو أكثر ولكنها ذات إشارة إخراج واحدة فقط.

1- Not Gate (Inverter) العاكس

وهي بوابة ذات إدخال واحد فقط وإخراج واحد أيضا . وجدول الحقيقة الخاص بالبوابة يكون كالآتي:-

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

2- AND Gate

وهي عبارة عن دائرة بإشارة ادخالين او أكثر وإخراج واحد فقط ويقوم بعملية الضرب المنطقي وكما مدون في جدول الحقيقة التالي :-

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$Y = A.B$

3- OR Gate

وهي عبارة عن دائرة منطقية ذات ادخالين او أكثر وإخراج واحد فقط ويقوم بعملية الجمع المنطقي وكما مدون في جدول الحقيقة التالي :-

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$Y = A + B$

4- NAND Gate

وهي عبارة عن بوابة AND + NOT

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Y= $\overline{A.B}$

5- NOR Gate

وهي عبارة عن بوابة OR + NOT

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Y= $\overline{A + B}$

6- Exclusive OR Gate

في هذه الدائرة اذا كانت المدخلات متشابهة فالمخرج يساوي (0) واذا كانا مختلفين فيكون المخرج يساوي (1) كما في جدول الحقيقة التالي :-

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Y= $A + B$

7- Exclusive NOR Gate

في هذه الدائرة اذا كانت المدخلات متشابهة فالمخرج يساوي (1) واذا كانا مختلفين فيكون المخرج يساوي (0) كما في جدول الحقيقة التالي :-

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Y= $A + B$

Rules and lows of Boolean Algebra القواعد والقوانين الخاصة بالجبر المنطقي

1- A+B =B+A قانون التبادل
A.B=B.A

2- Associative Low قانون التوحيد
A+(B+C)= (A+B)+C
A(BC) =(AB)C

3- Distributive Low قانون التوزيع
A(B+C)=AB+AC

Basic Rules of Boolean Algebra القوانين الأساسية للجبر المنطقي

1- $A+0=A$
2- $A+1=1$
3- $A.0=0$
4- $A.1=A$
5- $A+A=A$
6- $A+\bar{A}=1$
7- $A.A=A$
8- $A.\bar{A}=0$
9- $\bar{\bar{A}}=A$
10 - $A+AB=A$
11 - $A+\bar{A}B=A+B$
12 - $(A+B)(A+C)=A+BC$

Demorgan 's Theorem نظرية دي موركان

1- $\overline{AB}=\bar{A}+\bar{B}$ متمم حاصل الضرب = مجموع المتممات
2- $\overline{A+B}=\bar{A}.\bar{B}$ متمم المجموع = حاصل ضرب المتممات

Example 1:- $\overline{ABC}=\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}$

Example 2:- $\overline{(\bar{A}+B)+\overline{CD}}$

$$(\overline{\overline{\bar{A}+B}}).\overline{\overline{CD}}$$

$$(\bar{A}+B).CD$$

Example 3:- $\overline{(A+B)\overline{C}\overline{D}+E+\overline{F}}$

$$\overline{(A+B)}+\overline{\overline{C}\overline{D}}.\overline{E}.\overline{\overline{F}}$$

$$\overline{(A+B)}+\overline{\overline{C}}+\overline{\overline{D}}.\overline{E}.\overline{\overline{F}}$$

$$\overline{A}.\overline{B}+C+D.\ \overline{E}\ .F$$

Boolean Expression التعابير المنطقية

1- Sum –of – Product ***جمع الضروب***

Example 4 :- AB+ BCD + $\overline{B}D\overline{E}$

2- Product-of – Sum ***ضرب الجموع***

Example 5:- (A+B)(C+ $\overline{D}$ ***+E)(*** $\overline{E}$ ***+F)***

Simplification Of Boolean Expression تبسيط التعابير المنطقية

وتتم عملية التبسيط باستخدام القواعد والقوانين والنظريات بالجبر المنطقي .

Example 6:- Simplify the Expression

$AB + A(B + C) + B(B + C)$

$AB + AB + AC + BB + BC$

$AB + AC + BB + BC$

$AB + AC + B + BC$

$AB + AC + B(1+C)$

$AB + AC + B$

$B(A+1) + AC$

$B + AC$

Example 7:- Simplify the Expression

$[A\overline{B}(C + BD) + \overline{A}\overline{B}]C$

$[A\overline{B}C + A\overline{B}BD + \overline{A}\overline{B}]C$

$[A\overline{B}C + \overline{A}\overline{B}]C$

$A\overline{B}CC + \overline{A}\overline{B}C$

$A\overline{B}C + \overline{A}\overline{B}C$

$\overline{B}C(A + \overline{A})$

$\overline{B}C \,.\, 1 = \overline{B}C$

The Karnaugh Map مخططات كارنوف

تتكون مخططات كارنوف من مجموعة من الخلايا تعتمد في عددها على عدد المتغيرات الموجودة وفق المعادلة $N = 2^n$ حيث N تمثل عدد الخلايا و n تمثل عدد المتغيرات.

1- مخططات كارنوف للمتغيرين A, B فتكون 2^2 فتكون 4 خلايا وبالشكل التالي:-

A \ B	0	1
0	$\overline{A}\overline{B}$ 0	$\overline{A}B$ 1
1	$A\overline{B}$ 2	AB 3

Example 8:- Represent The Following Function Using Karnaugh Map

F= ∑{ 1, 2 } $\qquad$ ***F=*** $\boldsymbol{\bar{A}B + A\bar{B}}$

A \ B	0	1
0	[0]	1 [1]
1	1 [2]	[3]

-1 مخططات كارنوف ذات ثلاث متغيرات A, B , C 2^3 فتكون 8 خلايا وبالشكل التالي:-

A \ BC	00	01	11	10
0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ [0]	$\bar{A}\bar{B}C$ [1]	$\bar{A}BC$ [3]	$\bar{A}B\bar{C}$ [2]
1	$A\bar{B}\bar{C}$ [4]	$A\bar{B}C$ [5]	ABC [7]	$AB\bar{C}$ [6]

Example 9:- Represent The Following Function Using Karnaugh Map

F= ∑{ 1, 2,5,7 } $\qquad$ ***F=*** $\boldsymbol{\bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}C + ABC}$

A \ BC	00	01	11	10
0	[0]	1 [1]	[3]	1 [2]
1	[4]	1 [5]	1 [7]	[6]

-3 مخططات كارنوف ذات اربع متغيرات A, B , C, D 2^4 فتكون 16 خلايا وبالشكل التالي:-

AB \ CD	00	01	11	10
00	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ [0]	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$ [1]	$\bar{A}\bar{B}CD$ [3]	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$ [2]
01	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$ [4]	$\bar{A}B\bar{C}D$ [5]	$\bar{A}BCD$ [7]	$\bar{A}BC\bar{D}$ [6]
11	$AB\bar{C}\bar{D}$ [12]	$AB\bar{C}D$ [13]	$ABCD$ [15]	$ABC\bar{D}$ [14]
10	$A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ [8]	$A\bar{B}\bar{C}D$ [9]	$A\bar{B}CD$ [11]	$A\bar{B}C\bar{D}$ [10]

Example 10:- Represent The Following Function Using Karnaugh Map

F= ∑{ 0, 1,5,10, 11 } $\qquad$ ***F=*** $\boldsymbol{\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}D + A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}CD}$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1 0	1 1	3	2
01	4	1 5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	1 11	1 10

ملاحظة :- تستخدم مخططات كارنوف لتبسيط الدوال ولتحقيق ذلك نتبع الخطوات التالية :-

1. ***تمثيل الدالة بمخطط كارنوف وحسب عدد المتغيرات .***
2. ***تكوين منغلق من الخلايا المتجاورة التي تحتوي على الواحد بشرط أن يتضمن المنغلق على عدد ثنائي من الخلايا (2, 4, 8) .***
3. ***نبدأ أولا بتكوين المنغلق الذي يحتوي على 8 خلايا ثم الذي يحتوي على 4 خلايا متجاورة ومن ثم على 2 خلايا.***

ملاحظة :- الخلية الواحدة التي تحتوي على واحد ممكن أن تشارك لأكثر من منغلق على شرط أن يكون المنغلق الجديد يحتوي على واحد لم يستخدم مسبقا .

1 0	1 1	1 3	1 2
4	5	7	6
1 12	1 13	15	14
1 8	1 9	1 11	1 10

Example 11:- Simplify The Following Function Using Karnaugh Map:-

$$F=\sum\{0, 2, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

1 0	1	3	1 2
4	5	7	6
1 12	1 13	1 15	1 14
1 8	1 9	1 11	1 10

ويكون التبسيط بالشكل التالي:-

A	B	C	D
1	1	0	0
1	1	0	1
1	1	1	1
1	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0

A

A	B	C	D
0	0	0	0
0	0	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0

$\overline{B}\,\overline{D}$

$F = A + \overline{B}\,\overline{D}$

Example 12:- Simplify The Following Function Using Karnaugh Map:-

$F = \sum\{0, 1, 2, 3, 8, 9, 10, 11, 12, 14\}$

1 0	1 1	1 3	1 2
4	5	7	6
1 12	13	15	1 14
1 8	1 9	1 11	1 10

A	B	C	D
0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	1
0	0	1	0
1	0	0	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	0	1	1

$\overline{B}$

A	B	C	D
1	1	0	0
1	0	0	0
1	1	1	0
1	0	1	0

$A\overline{D}$

$F = \overline{B} + A\overline{D}$

Example13:- Simplify using karnaugh map a logic circuit of 4-input A,B,C and D, the output will be (1) when (D=0).

Example14:- simplify using karnaugh map a logic circuit of 4-input A,B,C and D, the output will be (1) when (AB+D=1).

تصميم منطقي (المحاضرة الرابعة)

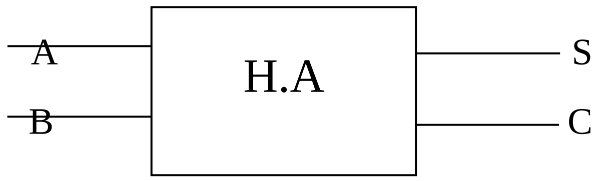
الدوائر الحسابية الرقمية Combinational Logic Circuit

1- الجامع (Adder) :-

وهي دوائر منطقية تقوم بإجراء عملية الجمع بين رقمين ثنائيين, وهناك دائرتين أساسيتين:-

أ- دائرة الجامع النصفي (Half Adder) :-

وهي دائرة منطقية تقوم بإجراء عملية جمع ثنائي بين عددين .



حيث ان A, B هما الرقمان الثنائيان المطلوب جمعهما و S يمثل ناتج الجمع و C يمثل الفائض من عملية الجمع . كما في جدول الحقيقة التالي:-

A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

$$S = \bar{A}B + A\bar{B}$$

$$S = A \oplus B$$

اما معادلة الفائض من الجمع $C = AB$

وللحصول على معادلة الـ S باستخدام بوابات الـ NAND فقط عن طريق الخطوات التالية:-

بما ان $\bar{\bar{A}} = A$ فأن

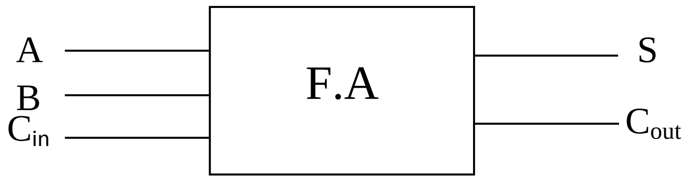
$$S = \overline{\overline{\bar{A}B + A\bar{B}}}$$

وحسب نظرية دي موركان ستكون معادلة الـ S بالشكل التالي

$$S = \overline{\overline{\bar{A}B} \, . \, \overline{A\bar{B}}}$$

ب- دائرة الجامع التام (Full Adder) :-

لاحظنا ان دائرة الجامع النصفي تقوم بجمع رقمين ثنائيين فقط , ولا تأخذ بنظر الاعتبار الفائض من عملية الجمع للمرتبة السابقة لأجل انجاز حالة الجمع التام تستخدم الدائرة التالية :-



حيث A, B يمثلان الرقمان الثنائيان المطلوب جمعهما و C_{in} يمثل فائض عملية الجمع من المرتبة السابقة و S ناتج عملية الجمع و C_{out} يمثل فائض عملية الجمع من دائرة الجامع التام.

جدول حقيقة دائرة الجامع التام:-

A	**B**	**C**	**S**	**C_{out}**
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

ستكون معادلة الجمع بالشكل التالي:-

$$S = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + ABC$$

$$S = \bar{A}(\bar{B}C + B\bar{C}) + A(B\bar{C} + \bar{A}C)$$

$$S = \bar{A}(B \oplus C) + A(\overline{B \oplus \mathrm{C}})$$

$$S = A \oplus \mathrm{B} \oplus \mathrm{C}$$

اما معادلة الفائض C_{out} فستكون بالشكل التالي:-

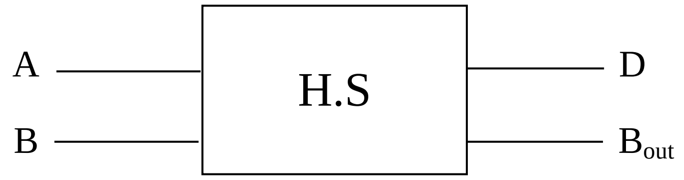
$$\mathrm{C_{out}} = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

$$\mathrm{C_{out}} = C(\bar{A}B + A\bar{B}) + AB(\bar{C} + C)$$

$$\mathrm{C_{out}} = (A \oplus \mathrm{B}) + \mathrm{AB}$$

2- دوائر الطرح (Subtracter) :-

أ- ***دائرة الطرح النصفي (Half Subtracter)*** :
وهي دائرة منطقية تقوم بإجراء عملية الطرح بين رقميين ثنائيين A, B ولها أخراجان الأول يمثل ناتج عملية الطرح (أي الفرق) ويرمز له D والإخراج الثاني يمثل الاستعارة إن وجدت ويرمز له B_{out} . كما موضح في المخطط التالي :-



اما جدول الحقيقة فسيكون بالشكل التالي:-

A	**B**	**D**	**B_{out}**
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

ومعادلة الفرق ستكون كما يلي:-

$$D = \bar{A}B + A\bar{B}$$

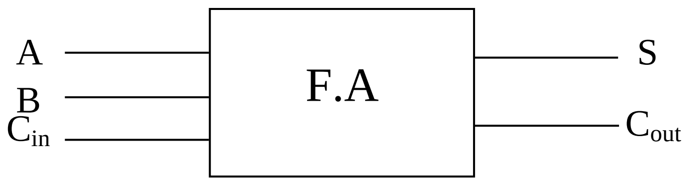
$$D = A \oplus B$$

أما معادلة الاستعارة ستكون بالشكل التالي

$$B_{out} = \bar{A}B$$

ب-***دائرة الطرح التام (Full Subtracter):-***

وهي دائرة منطقية تقوم بإجراء عملية الطرح بين رقمين ثنائيين ثم طرح الاستعارة من المرتبة السابقة.
ولها أخراجان هما ناتج عملية الطرح (D) والاستعارة الناتجة من عملية الطرح B_{out} .



جدول حقيقة دائرة الطرح التام

A	B	C	D	B_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

وعليه فستكون معادلة الطرح (الفرق) D بالشكل التالي:-

$$D = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + ABC$$

$$D = \bar{A}(\bar{B}C + B\bar{C}) + A(\bar{B}\bar{C} + BC)$$

$$D = \bar{A}(B \oplus \mathrm{C}) + \mathrm{A}(\overline{\mathrm{B} \oplus \mathrm{C}})$$

$$D = A \oplus (\mathrm{B} \oplus \mathrm{C})$$

اما معادلة الاستعارة B_{out} فستكون كما يلي :-

$$\mathrm{B_{out}} = \overline{\mathrm{A}}\overline{\mathrm{B}}C + \overline{\mathrm{A}}B\bar{C} + \bar{A}BC + ABC$$

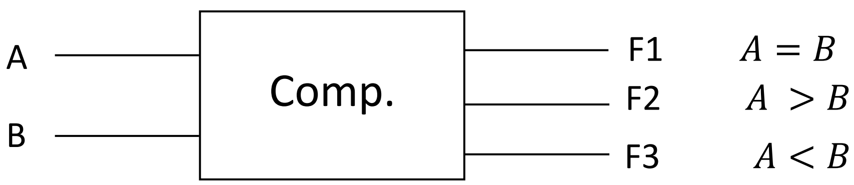
$$B_{out} = \bar{A}(\bar{B}C + B\bar{C}) + BC(\bar{A} + A)$$

$$B_{out} = \bar{A}(B \oplus \mathrm{C}) + \mathrm{BC}$$

3- المقارن الرقمي Comparter

ويستخدم لاجراء المقارنة بين رقميين ثنائيين هما A , B وفق العلاقات التالية اما $A = B$

$A < B$ او $A > B$



وجدول الحقيقة يكون بالشكل *التالي*

A	B	F1	F2	F3
0	0	1	0	0
0	1	0	0	1
1	0	0	1	0
1	1	1	0	0

$F1 = \bar{A}\bar{B} + AB$

$F1 = \overline{A \oplus B}$

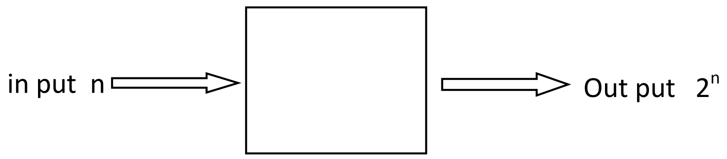
$F2 = A\bar{B}$

$F3 = \bar{A}B$

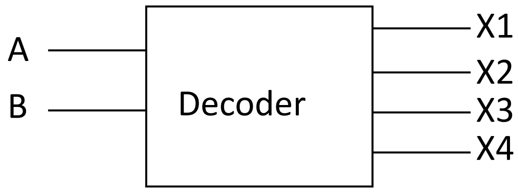
4- Decoder and Encoder

a- ***Decoder***

IF n= 1 ⟶ 2 Output line
n= 2 ⟶ 4 Output line
n= 3 ⟶ 8 Output line



Example 1: Designing a 2-4 line Decoder



A	B	X_0	X_1	X_2	X_3
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

$X_0 = \bar{A}\bar{B}$

$X_1 = \bar{A}B$

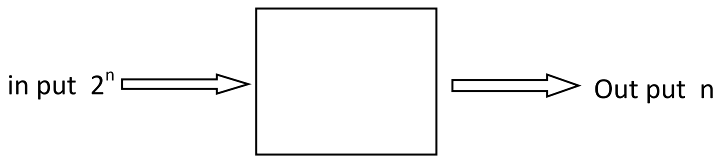
$X_2 = A\bar{B}$

$X_3 = AB$

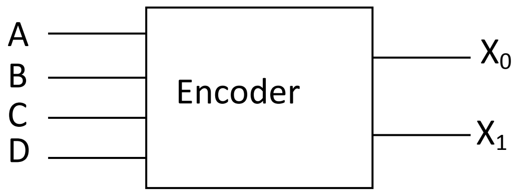
Example 2: Designing a 3-8 line Decoder

b-Encoder عكس Decoder

2 ⟶ 1 line decoder
4 ⟶ 2 line decoder
8 ⟶ 3 line decoder
16 ⟶ 4 line decoder



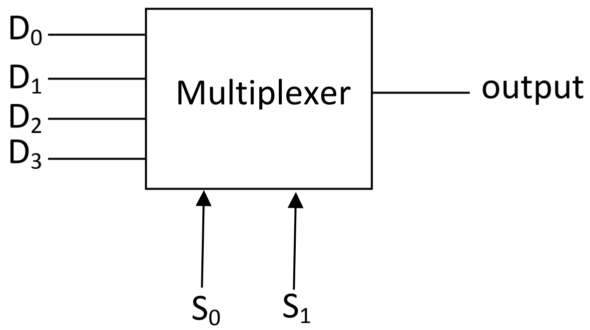
Example 3: Designing a 4-2 line Encoder



A	**B**	**C**	**D**	**X_0**	**X_1**
1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	1	1

5 – Multiplexers (Data Selectors)

وهي الدائرة التي تقوم باختيار Output واحد من عدة Inputs ويتم اختيار اي من هذه الـ Inputs باستخدام اشارة السيطرة (Control Signal)



S_0	**S_1**	**D_0**	**D_1**	**D_2**	**D_3**
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1