المحاضرة (١)

علم القياس

Physics and Measurements

علم الفيزياء هو علم تجريبي يهتم بكشف أسرار الطبيعة، فكل شيء نعرفه عن هذا الكون وعن القوانين التي تحكمه تم التوصل إليها عن طريق القياسات والملاحظات لأي ظاهرة طبيعية. ويعرف علم الفيزياء أيضاً بأنه علم القياس *Science of measurements* يقول العالم الشهير كلفن "عندما تستطيع قياس ما تتكلم عنه وتعبر عنه بالأرقام فإنك إذاً تعرف شيئاً عنه، ولكنها عندما لا تستطيع التعبير عنه بالأرقام فإن معرفتك في هذه الحالة غير كافية ولكن تعتبر البداية".

Physical Quantity

لتعريف الكمية الفيزيائية *Physical Quantity* فإنه يجب أولا أن نعرف طريقة قياس هذه الكمية أو طريقة حسابها رياضياً من كميات أخرى. فعلى سبيل المثال يمكن تعريف المسافة والزمن بواسطة وصف الطريقة التي يمكن أن نقيس كلاً منهما، وبالتالي يمكن تعريف سرعة جسم متحرك بواسطة حساب حاصل قسمة المسافة على الزمن. في هذه الحالة فإن كلاً من المسافة والزمن هما كميتان فيزيائيتان أساسيتان بينما السرعة فهي كمية فيزيائية مشتقة *Derived Physical Quantity*.

تسمى هذه الطريقة من التعريف بالتعريف الإجرائي *Operational Definition* . وبالتالي تعتمد على وصف طريقة القياس لأية كمية فيزيائية. هناك كميات فيزيائية كثيرة تعتمد على هذه الطريقة من التعريف وهذه هي الكميات الأساسية فمثلاً في علم الميكانيكا فإن الكميات الأساسية التي سنستخدمها هي الكتلة والطول والزمن.

وحدات الطول Units of Length

تعتبر وحدة قياس المسافة (الكيلومتر) كبيرة في بعض الأحيان فمثلاً لقياس طول غرفة الدراسة أو قياس مسافة عرض الشارع فإنه يمكن استخدام وحدات مشتقة مثل المتر أو السنتمتر أو الميليمتر، أما في حالة قياس مسافات ذرية فإننا نستخدم وحدات أصغر مثل الأنجسترم. الجدول التالي يوضح قيمة وحدات المسافة المشتقة بالمتر.

1	kilometer	(km)	$=10^{3}$m
1	decimeter	(dm)	$=10^{-1}$m
1	centimeter	(cm)	$=10^{-2}$m
1	millimeter	(mm)	$=10^{-3}$m
1	micrometer	(μm)	$=10^{-6}$m
1	nanometer	(nm)	$=10^{-9}$m
1	angstrom	(Å)	$=10^{-10}$m
1	picometer	(pm)	$=10^{-12}$m
1	femtometer	(fm)	$=10^{-15}$m

الكميات المشتقة

جميع الكميات الفيزيائية التي تقاس الفيزيائيين يمكن التعبير عنها من حيث الوحدة الأساسية الثلاثة للطول والكتلة، والوقت. على سبيل المثال، وسرعة ببساطة طول مقسوما الوقت، وفعلا تضاعفت القوة الجماعية التي كتبها طول مقسوما الوقت المربعة.

$$[\text{Speed}] = L/T = LT^{-1}$$

$$[\text{Force}] = ML/T^{2} = MLT^{-2}$$

المعادلات في التأكد من صحة Dimensional Analysis الأبعاد تستخدم تحليل للمعادلة يجب والعلاقات الرياضية المشتقة في الفيزياء حيث أن وحدة الطرف الأيمن صحيحة أن يساوي وحدة الطرف الأيسر للمعادلة، وإلا فإن المعادلة غير.

Example

Using the dimensional analysis check that this equation $x = \frac{1}{2} at^2$ is correct, where x is the distance, a is the acceleration and t is the time.

Solution

$$x = \frac{1}{2} at^2$$

الأيمن الطرف الأيسر للمعادلة له بعد طول، ولكي تكون المعادلة صحيحة فإن الطرف الأبعاد يجب أن يكون له بعد طول أيضاً، وللتحقق من صحة المعادلة نستخدم تحليل لطرفي المعادلة.

$$L = \frac{L}{T^2} \times T^2 = L$$

This equation is correct because the dimension of the left and right side of the equation have the same dimensions.

Example

Show that the expression $v = v_o + at$ is dimensionally correct, where v and v_o are the velocities and a is the acceleration, and t is the time

Solution

The right hand side

$$[v] = L/T$$

The left hand side

Therefore, the expression is dimensionally correct.

Example

Suppose that the acceleration of a particle moving in circle of radius r with uniform velocity v is proportional to the r^n and v^m. Use the dimensional analysis to determine the power n and m.

Solution

Let us assume a is represented in this expression

$$a = k\, r^n\, v^m$$

Where *k* is the proportionality constant of dimensionless unit.

The right hand side

$$[a] = L/T^2$$

The left hand side

$$[k\, r^n\, v^m] = L^n \left(\frac{L}{T}\right)^m = \frac{L^{n+m}}{T^m}$$

therefore

$$\frac{L}{T^2} = \frac{L^{n+m}}{T^m}$$

Hence

$$n+m=1 \qquad \text{and} \qquad m=2$$

Therefore. *n* =-1 and the acceleration *a* is

$$a = k\, r^{-1}\, v^2$$

$k = 1$

$$a = v^2/r$$

المحاضرة (٢)

علم المتجهات

الكميات القياسية والكميات المتجهة Scalar Vector and

جميع الكميات الفيزيائية (أساسية أو مشتقة) يمكن تقسيمها إلى نوعين، النوع الأول الكميات القياسية *scalar* والنوع الثاني الكمية المتجهة *vector*. الكمية القياسية يمكن تحديدها بالمقدار magnitude فقط، مثل أن تقول أن كتلة جسم 5kg مساحة قطعة مستطيلة ٣٠m٢ نكون قد حددنا الكمية الفيزيائية. أما الكمية المتجهة تحتاج إلى أن تحدد اتجاهها direction بالإضافة إلى مقدارها، مثل سرعة الرياح 10km/h واتجاهها غرباً لاحظ هنا أنه احتجنا لتحديد المقدار أولاً ثم الاتجاه ثانياً.

في الجدول التالي قائمة ببعض الكميات القياسية والكميات المتجهة.

Vector Quantity	Scalar Quantity
Displacement	Length
Force	Mass
Acceleration	Speed

يجب أن يكون معلوما لدينا أن التعامل مع الكميات القياسية يختلف عنه في الكميات المتجهة فمثلاً لإيجاد المحصلة للكميات القياسية يتم التعامل جبرياً فمثلاً شخص يمتلك ١٥ قطعة نقدية واكتسب ٥ قطع اخرى ثم خسر ٣ قطع منها فتكون محصلة ما معه ١٧ قطعة، أما في الكميات المتجهة يكون التعامل اتجاهياً فمثلا إذا كان هناك جسم اثرت عليه ثلاثة قوى فالمحصلة تعتمد على اتجاه كل قوة وقد نحتاج إلى عمل تحليل للمتجهات لإيجاد المركبات الرئيسية والمركبات الأفقية ثم نحسب المحصلة ونحدد اتجاهها، لذا فإن التعامل مع الكميات المتجهة في الأغلب يكون أصعب قليلاً منها في التعامل مع الكميات القياسية.

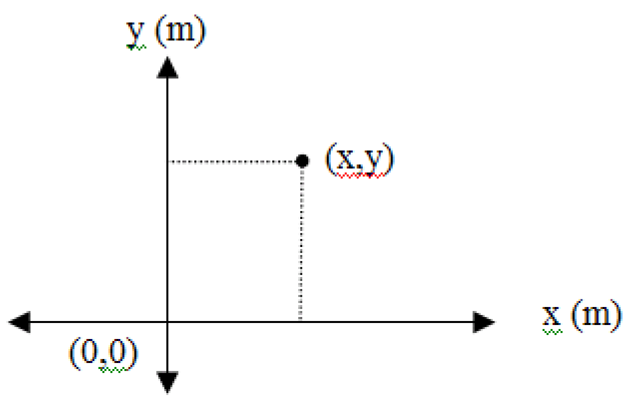
لذلك سوف نقوم بشرح مبسط لعلم المتجهات وتوضيح مفاهيمه واساسياته.

نظام الإحداثيات Coordinate system

نحتاج في حياتنا العملية إلى تحديد موقع جسم ما في الفراغ سواءً كان ساكناً أم متحركاً، ولتحديد موقع هذا الجسم فإننا نستعين بما يعرف بالإحداثيات *Coordinates*، وهناك نوعان من الإحداثيات التي سوف نستخدمها وهما *Rectangular coordinates* و *polar coordinates*.

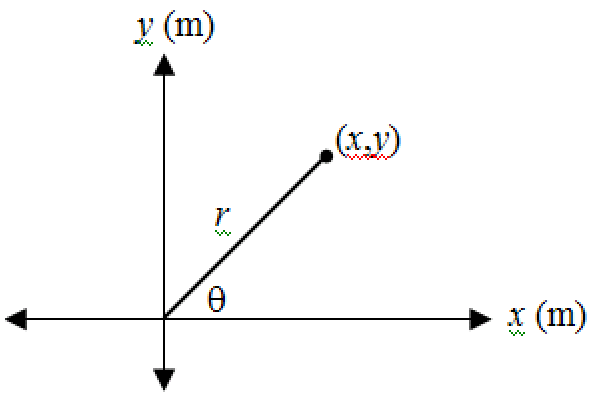
الاحداثيات الكارتيزية The rectangular coordinates

الإحداثيات الكارتيزية في بعدين موضحة في الشكل التالي. وتتكون الاحداثيات هذه من محورين x و y متعامدين ومتقاطعين عند النقطة (٠,٠) والتي تسمى نقطة الأصل origin point يتم وضع اسم كل محور ليدل على الكمية الفيزيائية التي يحددها والوحدة المستخدمة للقياس. تحدد اية نقطة على هذه الاحداثيات بـ (x,y).



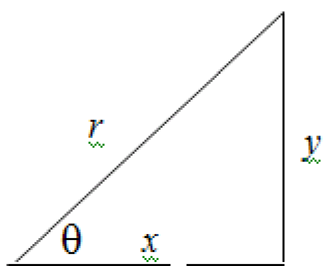
الإحداثيات القطبية The polar coordinates

في بعض الأحيان يكون من الأنسب استخدام نظام محاور آخر مثل نظام المحاور القطبية والذي يحدد بالمسافة r والزاوية θ التي يصنعا مع المحور الأفقي. وتتحدد أي نقطة على هذه الإحداثيات بـ (θ،r)



العلاقة بين الاحداثيات الكارتيزية والقطبية The relation between coordinates

العلاقة بين الاحداثيات الكارتيزية (*y*،*x*) والاحداثيات القطبية (*q*،*r*) موضحة في الشكل التالي:



$$x = r \cos q \qquad \textbf{(1.1)}$$

And

$$y = r \sin q \qquad \textbf{(1.2)}$$

بتربيع المعادليتن (١.١) و (١.٢) وجمعهما نحصل على

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad \textbf{(1.3)}$$

بتقسيم المعادلتين (١.١) و (١.٢) نحصل على

$\tan\theta = x/y$ **(1.4)**

خواص المتجهات Properties of Vectors

جمع المتجهات Vector addition

يمكن جمع المتجهات التي تعبر عن كميات فيزيائية متشابهة مثل جمع متجهيين للقوة ولكن لا يمكن ان نجمع متجه قوة مع متجة سرعة. فمثلاً لجمع متجه **A** مع متجه **B** تكون المحصلة المتجه **R**

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B} \qquad \mathbf{(1.5)}$$

لاحظ ان جمع المتجهات لها خاصية التبديل فمثلا

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A} \qquad \mathbf{(1.6)}$$

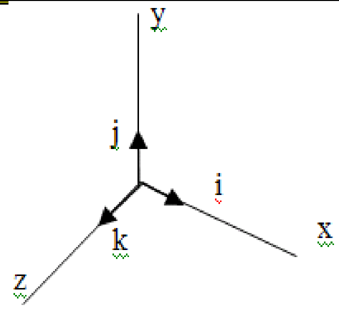
متجه الوحدة The unit vector

يعرف متجه الوحدة بمتجه طوله الوحدة ويستخدم للتعبير عن الاتجاه لإي كمية فيزيائية متجهة.

المتجه **A** يمكن تمثيله بمقدار المتجه A ضرب متجه الوحدة $\boldsymbol{a}$ كالتالي

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{a}\,\boldsymbol{A} \qquad \mathbf{(1.10)}$$

كذلك يمكن تمثيل متجهات وحدة (i, j, k) لمحاور الاحداثيات الكارتيزية rectangular x, y, z coordinate system كما في الشكل التالي:-



i ≡ a unit vector along the *x*-axis
j ≡ a unit vector along the *y*-axis
k ≡ a unit vector along the *z*-axis

لاحظ ان الشكل السابق يعبر عن الاحداثيات الكارتيزية في ثلاثة ابعاد

Example

Two vectors are given by $\vec{A} = 3i - 2j$ and $\vec{B} = -i - 4j$. Calculate (a) $\vec{A} + \vec{B}$, (b) $\vec{A} - \vec{B}$, (c) $|\vec{A} + \vec{B}|$, (d) $|\vec{A} - \vec{B}|$, and (e) the direction of $\vec{A} + \vec{B}$ and $|\vec{A} - \vec{B}|$.

Solution

(a) $\vec{A} + \vec{B} = (3i - 2j) + (-i - 4j) = 2i - 6j$

(b) $\vec{A} - \vec{B} = (3i - 2j) - (-i - 4j) = 4i + 2j$

(c) $|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{2^2 + (-6)^2} = 6.32$

(d) $|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{4^2 + 2^2} = 4.47$

(e) For $\vec{A} + \vec{B}$, $\theta = \tan^{-1}(-6/2) = -71.6^\circ = 288^\circ$

For $\vec{A} - \vec{B}$, $\theta = \tan^{-1}(2/4) = 26.6^\circ$

ضرب المتجهات vector Product of a

يوجد نوعين من الضرب للمتجهات النوع الأول يسمى الضرب القياسي لان حاصل ضرب متجهين يعطي كمية قياسية مثل حاصل ضرب متجه القوة في متجهة الإزاحة يكون الناتج الشغل وهو كمية قياسية، والنوع الثاني هو الضرب الاتجاهي وذلك لان حاصل ضرب متجهين ينتج عنه متجه ثالث يكون اتجاهه عمودي على المستوى الذي يحوي المتجهين الآخرين مثل متجه سرعة جسم مشحون في متجه المجال المغناطيسي ينتج عنه متجه قوة مغناطيسية.

ينتج من الضرب القياسي كمية قياسية وينتج من الضرب الإتجاهي كمية متجهة

الضرب القياسي The scalar product

يعرف الضرب القياسي scalar product بالضرب النقطي dot product وتكون نتيجة الضرب القياسي لمتجهين كمية قياسية، وتكون هذه القيمة موجبة إذا كانت الزاوية المحصورة بين المتجهين بين 0 و 90 درجة وتكون النتيجة سالبة إذا كانت الزاوية المحصورة بين المتجهين بين 90 و 180 درجة وتساوي صفراً إذا كانت الزاوية 90.

يعرف الضرب القياسي لمتجهين بحاصل ضرب مقدار المتجه الأول في مقدار المتجه الثاني في جيب تمام الزاوية المحصورة بينهما.

$$\vec{A}.\vec{B} = |A||B|\cos\theta \qquad \textbf{(1.16)}$$

يمكن إيجاد قيمة الضرب القياسي لمتجهين باستخدام مركبات كل متجه كما يلي:

$$\vec{A} = A_x i + A_y j + A_z k \qquad (1.17)$$

$$\vec{B} = B_x i + B_y j + B_z k \qquad (1.18)$$

The scalar product is

$$\vec{A}.\vec{B} = (A_x i + A_y j + A_z k).(B_x i + B_y j + B_z k) \qquad (1.19)$$

بضرب مركبات المتجه $\vec{A}$ في مركبات المتجه $\vec{B}$ ينتج التالي:

$$\begin{aligned}\vec{A}.\vec{B} = (&A_x i.B_x i + A_x i.B_y j + A_x i.B_z k \\ &+ A_y j.B_x i + A_y j.B_y j + A_y j.B_z k \\ &+ A_z k.B_x i + A_z k.B_y j + A_z k.B_z k)\end{aligned} \qquad (1.20)$$

Therefore

$$\therefore \vec{A}.\vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \qquad (1.21)$$

The angle between the two vectors is

$$\cos\theta = \frac{\vec{A}.\vec{B}}{|A||B|} = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{|A||B|} \qquad (1.22)$$

Example 1.11

Find the angle between the two vectors

$$\vec{A} = 2i + 3j + 4k, \quad \vec{B} = i - 2j + 3k$$

Solution

$$\cos\theta = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{|A||B|}$$

$$A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = (2)(1)+(3)(-2)+(4)(3)=8$$

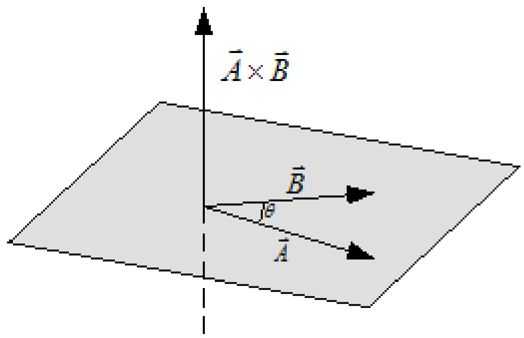
$$|A| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{29}$$

$$|B| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2} = \sqrt{14}$$

$$\cos\theta = \frac{18}{\sqrt{29}\sqrt{14}} 0.397 \Rightarrow \theta = 66.6^\circ$$

The vector product الضرب الاتجاهي

يعرف الضرب الاتجاهي *vector product* بـ *cross product* وتكون نتيجة الضرب الاتجاهي لمتجهين كمية متجهة. كما في الشكل التالي:

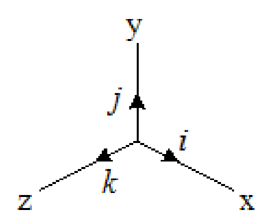


$$\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin\theta \qquad (1.23)$$

$$\vec{A}\times\vec{B} = (A_x i + A_y j + A_z k)\times(B_x i + B_y j + B_z k) \qquad (1.24)$$

لايجاد قيمة حاصل الضرب نستعين بالحقيقة المتمثلة في أن الزاوية بين المتجهات ***i*** ، ***j*** ، ***k*** هي ٩٠°

$$\begin{array}{lll} i\times i = 0 & i\times j = k & i\times k = -j \\ j\times j = 0 & j\times k = i & j\times i = -k \\ k\times k = 0 & k\times i = j & k\times j = -i \end{array}$$



$$\vec{A}\times\vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y)i + (A_z B_x - A_x B_z)j + (A_x B_y - A_y B_x)k \qquad (1.25)$$

If $\vec{C} = \vec{A}\times\vec{B}$, the components of $\vec{C}$ are given by

$$C_x = A_y B_z - A_z B_y$$
$$C_y = A_z B_x - A_x B_z$$
$$C_z = A_x B_y - A_y B_x$$

Example 1.12

If $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$, where $\vec{A} = 3i - 4j$, and $\vec{B} = -2i + 3k$, what is $\vec{C}$?

Solution

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = (3i - 4j) \times (-2i + 3k)$$

which, by distributive law, becomes

$$\vec{C} = -(3i \times 2i) + (3i \times 3k) + (4j \times 2i) - (4j \times 3k)$$

Using equation (123) to evaluate each term in the equation above we get

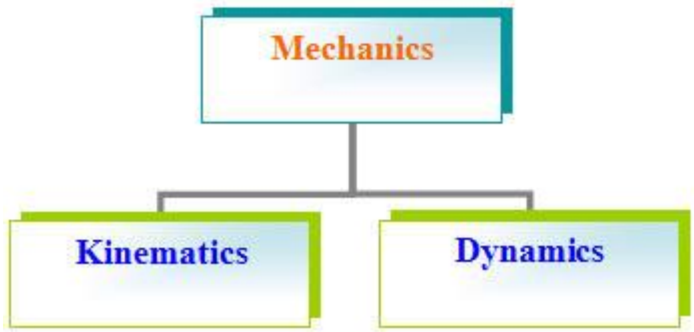
$$\vec{C} = 0 - 9j - 8k - 12i = -12i - 9j - 8k$$

The vector $\vec{C}$ is perpendicular to both vectors $\vec{A}$ and $\vec{B}$.

المحاضرة (٣)

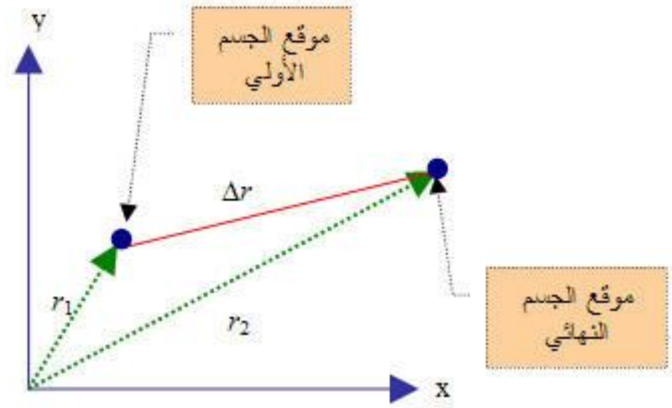
علم الميكانيكا

علم الميكانيكا من العلوم الواسعة التي تهتم بحركة الأجسام ومسبباتها، ويتفرع من هذا العلم فروع أخرى مثل الكينماتيكا *Kinematics* و الديناميكا *Dynamics*. وعلم الكينماتيكا يهتم بوصف حركة الأجسام دون النظر إلى مسبباتها، أما علم الديناميكا *Dynamics* فهو يدرس حركة الأجسام ومسبباتها مثل القوة والكتلة. وفي هذا الفصل سنقوم بدراسة حركة الأجسام وعلاقتها بكل من الإحداثيات المكانية والزمنية. ثم سندرس الفرع الثاني وهو علم الديناميكا.



The position vector and the displacement vector

من أساسيات دراسة علم وصف الحركة الكينماتيكا *Kinematics* للأجسام المادية هو دراسة كل من الإزاحة *Displacement* والسرعة *Velocity* والعجلة *Acceleration*. ونحتاج هنا إلى اعتماد محاور إسناد لتحديد موضع الجسم المتحرك عند أزمنة مختلفة ومن المناسب اعتماد محاور الإسناد الكارتيزية أو ما سميت بـ (x,y,z) *rectangular coordinate*، فمثلاً نحتاج إلى تحديد موقع جسم ما إلى إسناده إلى مرجعية محددة فمثلاً يمكن اعتبار متجه الموضع *Position vector* هو المتجه الواصل من مركز إسناد معين إلى مكان الجسم الذي يراد تحديده. كما في الشكل 2.1 حيث تم اعتبار مركز الإسناد في بعدين فقط هو مركز المحاور x, y



في الشكل 2.1 متجه الموضع r_1 يحدد موضع الجسم عند بداية الحركة ومتجه الموضع r_2 يحدد موقع الجسم النهائي بعد زمن وقدره $\Delta t = t_2 - t_1$، وهنا فإن الإزاحة للجسم تعطى بالمعادلة (2.3)

$$\mathbf{r}_1 = x_1\boldsymbol{i} + y_2\boldsymbol{j}$$

$$\mathbf{r}_2 = x_2\boldsymbol{i} + y_2\boldsymbol{j}$$

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$$

Δr is called the displacement vector which represent the change in the position vector.

لاحظ أن الإزاحة displacement Δr تعتمد على المسافة بين نقطتي البداية والنهاية فقط ولا تعتمد على المسار الذي يسلكه الجسم.

Example

Write the position vector for a particle in the rectangular coordinate (*x*, *y*, *z*) for the points (5, -6, 0), (5, -4), and (-1, 3, 6).

Solution

For the point (5, -6, 0) the position vector is r = 5i - 6j

For the point (5, -4) the position vector is r = 5i -4j

For the point (-1, 3, 6) the position vector is r = -i + 3j +6k

The average velocity and Instantaneous velocity

عند انتقال الجسم من موضع البداية عند الزمن t_1 إلى موضع النهاية t_2 فإن حاصل قسمة الإزاحة على فرق الزمن $t_2-t_1=\Delta t$ يعرف بالسرعة *Velocity* وحيث أن

الجسم يقطع المسافة بسرعات مختلفة فإن السرعة المحسوبة تسمى بمتوسط السرعة *Average velocity*. ويمكن تعريف السرعة عند أية لحظة بالسرعة اللحظية *Instantaneous velocity*.

The *average velocity* of a particle is defined as the ratio of the displacement to the time interval.

$$\vec{v}_{ave} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

The *instantaneous velocity* of a particle is defined as the limit of the average velocity as the time interval approaches zero.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

$$\therefore \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

The unit of the velocity is (m/s)

The average acceleration and Instantaneous acceleration

عند انتقال الجسم من موضع البداية عند الزمن t_1 إلى موضع النهاية t_2 بسرعة ابتدائية v_1 وعند النهاية كانت السرعة v_2 فإن معدل تغير السرعة بالنسبة إلى الزمن يعرف باسم التسارع *Acceleration* أو متوسط التسارع *Average Acceleration*، ويكون التسارع اللحظي *Instantaneous acceleration* هو السرعة اللحظية على الزمن.

ratio of of a particle is defined as the *acceleration average* The .interval the change in the instantaneous velocity to the time

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

The *instantaneous acceleration* is defined as the limiting value of the ratio of the average velocity to the time interval as the time approaches zero.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

(the unit of the acceleration is (m/s(٢

المحاضرة (٤)

الحركة في بعد واحد

One-dimensional motion with *constant acceleration*

سندرس الآن الحركة في بعد واحد وذلك فقط عندما تكون العجلة ثابتة ***constant acceleration*. وفى هذه الحالة تكون العجلة اللحظية** ***Instantaneous acceleration*** **تساوى متوسط العجلة** ***Average acceleration*. ونتيجة لذلك فإن السرعة إما أن تتزايد أو تتناقص بمعدلات متساوية خلال الحركة.**

ويعبر عن ذلك رياضياً على النحو التالي:-

Instantaneous acceleration = Average acceleration

$$a = a_{\text{ave}} = \frac{v - v_o}{t - t_o}$$

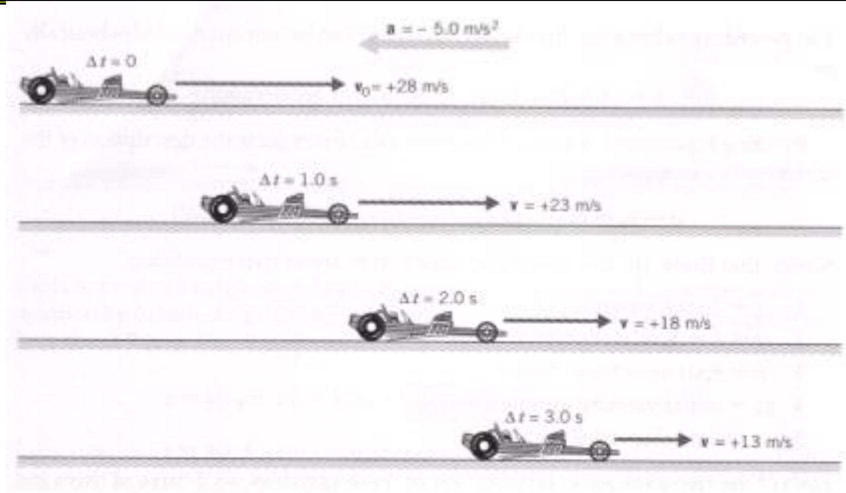
Let $t_o = 0$ then the acceleration

$$a = \frac{v - v_o}{t}$$

or

$$v = v_o + at$$

إذا كانت العجلة تساوي صفراً فإن السرعة لا تعتمد على الزمن، وهذا يعني أن السرعة النهائية تساوي السرعة الابتدائية. لاحظ أيضاً أن كل حد من حدود المعادلة السابقة له بعد سرعة



يوضح الشكل أعلاه تأثير عجلة ثابتة مقدارها $-5 m/s^2$ في تقليل السرعة بمقدار 5m/s كل ثانية.

Since the velocity varies linearly (خطي) with time we can express the average velocity as

$$v_{ave} = \frac{v + v_o}{2}$$

To find the displacement Δx (x-x_o) as a function of time

$$\Delta x = v_{ave}\,\Delta t = \left(\frac{v + v_o}{2}\right) t$$

or

$$x = x_o + \frac{1}{2}\,(v + v_o)\,t$$

Also we can obtain the following equations

$$x = x_o + v_o\, t + \frac{1}{2}\, a\, t^2$$

$$v^2 = v_o^2 + 2a(x - x_o)$$

من المعادلة السابقة نلاحظ أن المسافة المقطوعة (x-x_o) تساوي المسافة المقطوعة نتيجة السرعة الابتدائية وهو الحد $v_o t$ بالإضافة إلى المسافة نتيجة للعجلة الثابتة، وهذا يظهر في الحد الأخير من المعادلة $1/2at^2$، وإن كل حد من حدود المعادلة له بعد مسافة (m).

لاحظ أيضاً أنه إذا كانت العجلة تساوي صفراً فإن المسافة المقطوعة تساوي السرعة في الزمن.

$$x - x_o = v_o t$$

إذا كانت السرعة الابتدائية تساوي صفراً تكون المسافة المقطوعة تساوي

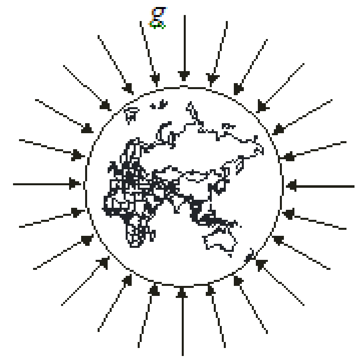
$$x - x_o = 1/2\, a\, t^2$$

Application of one-dimensional motion with constant acceleration (Free Fall)

من التطبيقات الهامة على العجلة الثابتة constant acceleration السقوط الحر Free fall تحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية g حيث أن عجلة الجاذبية الأرضية ثابتة نسبياً على ارتفاعات محدودة من سطح الأرض واتجاهها دائما في اتجاه مركز الأرض، وبالتالي يمكن استخدام المعادلات الأربع السابقة مع تغيير الرمز x بالرمز y

وكذلك التعويض عن العجلة *a* بعجلة الجاذبية الأرضية بإشارة سالبة *g*- وذلك لأن عجلة الجاذبة الأرضية دائماً في اتجاه مركز الأرض وهذا يعبر عنه من خلال المحور y السالب كما في الشكل

rror

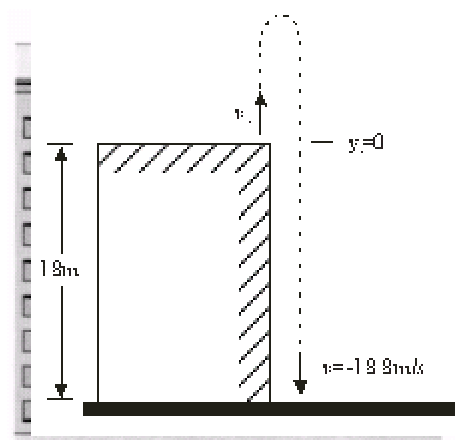


$$v = v_o - g\,t$$

$$y = y_o + 1/2\,(v+v_o)t$$

$$y = y_o + v_o\,t - 1/2\,g\,t^2$$

$$v^2 = v_o^2 - 2g\,(y-y_o)$$



Example

A stone is dropped from rest from the top of a building, as shown in Figure 2.4. After 3s of free fall, what is the displacement *y* of the stone?

Solution

From equation

$$y = y_o + v_o\, t - 1/2\, g\, t^2$$

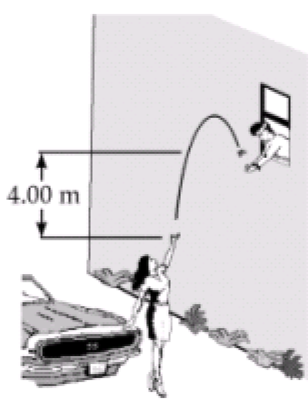
$$y = 0 + 0 - (9.8) \times (3)^2 = -44.1\text{m}$$

Example

A stone is thrown upwards from the edge of a cliff 18m high as shown in Figure 2.5. It just misses the cliff on the way down and hits the ground below with a speed of 18.8m/s.

(a) With what velocity was it released?

(b) What is its maximum distance from the ground during its flight?



Solution

Let $y_o = 0$ at the top of the cliff.

(a) From equation

$$v^2 = v_o^2 - 2g\,(y - y_o)$$

$$(18.8)^2 = v_o^2 - 2 \times 9.8 \times 18$$

$$v_o^2 = 0.8 \text{ m/s}$$

(b) The maximum height reached by the stone is *h*

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{18}{2 \times 9.8} = 18 \text{ m}$$

Example

A student throws a set of keys vertically upward to another student in a window 4m above as shown in Figure 2.6. The keys are caught 1.5s later by the student.

(a) With what initial velocity were the keys thrown?

(b) What was the velocity of the keys just before they were caught?

Solution

(a) Let $y_o=0$ and $y=4$m at $t=1.5$s then we find

$$y = y_o + v_o\, t - 1/2\, g\, t^2$$

$$4 = 0 + 1.5\, v_o - 4.9\, (1.5)^2$$

$$v_o = 10 \text{ m/s}$$

(b) The velocity at any time $t > 0$ is given by

$$v = v_o + at$$

$$v = 10 - 9.8\,(1.5) = -4.68 \text{ m/s}$$

المحاضرة (٥)

الحركة في بعدين

Motion in two dimensions

Motion in two dimensions like the motion of projectiles and satellites and the motion of charged particles in electric fields. Here we shall treat the motion in plane with constant acceleration and uniform circular motion.

درسنا في الفصل السابق الحركة في بعد واحد أي عندما يتحرك الجسم في خط مستقيم على محور x أو أن يسقط الجسم سقوطاً حراً في محور y، سندرس الآن حركة جسم في بعدين أي في كل من x,y مثل حركة المقذوفات حيث يكون للإزاحة والسرعة مركبتان في اتجاه المحور x والمحور y.

Motion in two dimension with constant acceleration

Assume that the magnitude and direction of the acceleration remain unchanged during the motion.

The position vector for a particle moving in two dimensions (*xy* plane) can be written as

$$\vec{r} = x_i + y_j$$

where x, y, and r change with time as the particle moves

The velocity of the particle is given by

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{dx}{dt}i + \frac{dy}{dt}j$$

$$\vec{v} = v_x i + v_y j$$

Since the acceleration is constant then we can substitute

$$v_x = v_{xo} + a_x t \qquad v_y = v_{yo} + a_y t$$

this give

$$v = (v_{xo} + a_x t)i + (v_{yo} + a_y t)j$$

$$= (v_{xo}\, i + v_{yo}\, j) + (a_x\, i + a_y j)\, t$$

then

$$v = v_o + a\, t \qquad (***)$$

من المعادلة (***) نستنتج أن سرعة جسم عند زمن محدد t يساوى الجمع الاتجاهى للسرعة الابتدائية والسرعة الناتجة من العجلة المنتظمة.

Since our particle moves in two dimension x and y with constant acceleration then

$$x = x_o + v_{xo}\, t + 1/2\, a_x\, t^2 \quad \& \quad y = y_o + v_{yo}\, t - 1/2\, a_y\, t^2$$

but

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{r} = (x_o + v_{xo}\, t + 1/2\; a\, t^{2})\boldsymbol{i} + (y_o + v_{yo}\, t - 1/2\;\; g\, t^{2})\boldsymbol{j}$$

$$= (x_o\, \mathbf{i} + y_o\, \mathbf{j}) + (v_{xo}\boldsymbol{i} + v_{yo}\boldsymbol{j})t + 1/2\, (a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j})t^{2}$$

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_o + \boldsymbol{v}_o t + 1/2\; \boldsymbol{a}\, t^{2} \qquad (\#\#\#)$$

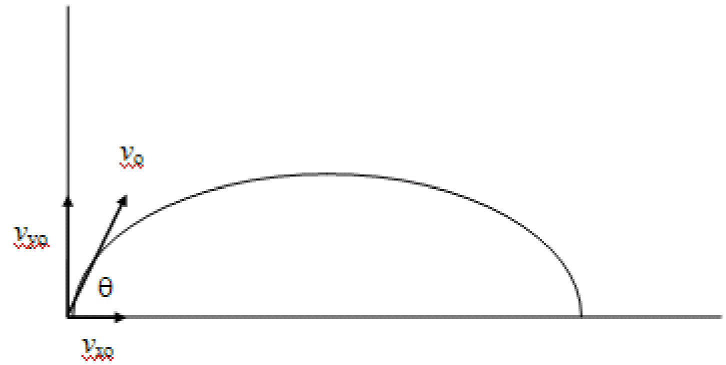
من المعادلة (###) نستنتج أن متجه الإزاحة $r\text{-}r_o$ هو عبارة عن الجمع الإتجاهى لمتجه الإزاحة الناتج عن السرعة الابتدائية $v_o t$ والإزاحة الناتجة عن العجلة المنتظمة $1/2\; a\, t^{2}$.

Projectile motion

تعتبر حركة المقذوفات *Projectile motion* من الأمثلة على الحركة في بعدين، وسوف نقوم بإيجاد معادلات الحركة للمقذوفات لتحديد الإزاحة الأفقية والرأسية والسرعة والعجلة من خلال العديد من الأمثلة.

Example

A good example of the motion in two dimension it the motion of projectile. To analyze this motion lets assume that at time t=0 the projectile start at the point x_o=y_o=0 with initial velocity v_o which makes an angle θ_o, as shown in Figure 2.5.



then

$$v_x = v_{xo} = v_o\cos\theta_o = \text{constant}$$

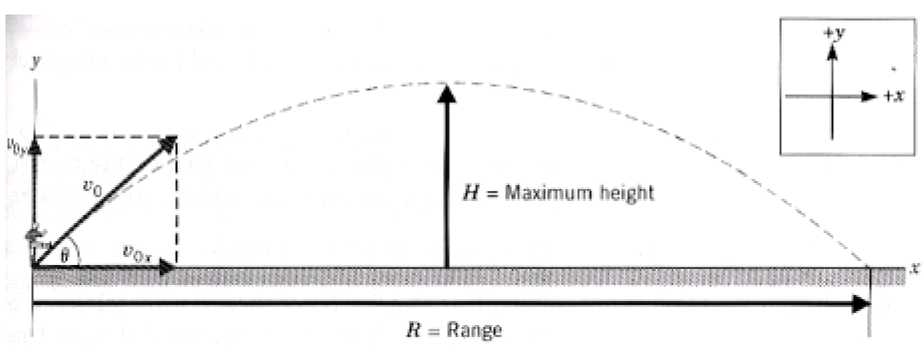
$$v_y = v_{yo} - gt = v_o\sin\theta_o - gt$$

$$x = v_{xo}\, t = (v_o\cos\theta_o)t$$

$$y = v_{yo}\, t - 1/\, g\, t^2 = (v_o\sin\theta_o)t - 1/2\, g\, t^2$$

Horizontal range and maximum height of a projectile

It is very important to work out the range (*R*) and the maximum height (*h*) of the projectile motion.



To find the maximum height h we use the fact that at the maximum height the vertical velocity v_y=0

by substituting in equation

$$v_y = v_o \sin\theta_o - gt$$

$$t_1 = \frac{v_0 \sin\theta_0}{g}$$

To find the maximum height h we use the equation

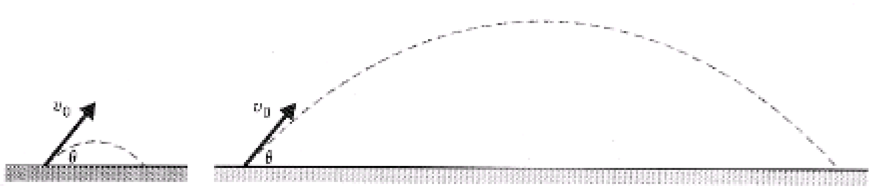
$$y = (v_o \sin\theta_o)t - 1/2\, g\, t^2$$

by substituting for the time t_1 in the above equation

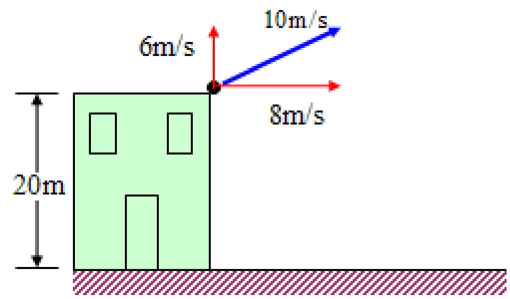
$$h = (v_o \sin\theta_o)\,\frac{v_0 \sin\theta_0}{g} - \frac{1}{2}\, g \left(\frac{v_0 \sin\theta_0}{g}\right)^2$$

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2\theta_0}{2g}$$

من المعادلة) الأخيرة(نلاحظ أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم المتحرك في بعدين كحركة المقذوفات على عجلة الجاذبية، وعليه فإن المقذوفات على سطح القمر تأخذ مساراً ذا مدى وارتفاع أكبر منه على سطح الأرض كما في الشكل أدناه.



Example



Suppose that in the example above the object had been thrown upward at an angle of 37° to the horizontal with a velocity of 10m/s. Where would it land?

Solution

Consider the vertical motion

$\boldsymbol{v_{oy}}$ **= 6 m/s**

$\boldsymbol{a_y}$ **= -9.8m/s2**

$\boldsymbol{y}$ **= 20m**

To find the time of flight we can use

$$y = v_{yo}\, t - 1/2\, g\, t^2$$

since we take the top of the building is the origin the we substitute for

$\boldsymbol{y}$ **= -20m**

$$-20 = 6\,t - 1/2\;\; 9.8\,t^2$$

$$t = 2.73\text{s}$$

Consider the horizontal motion

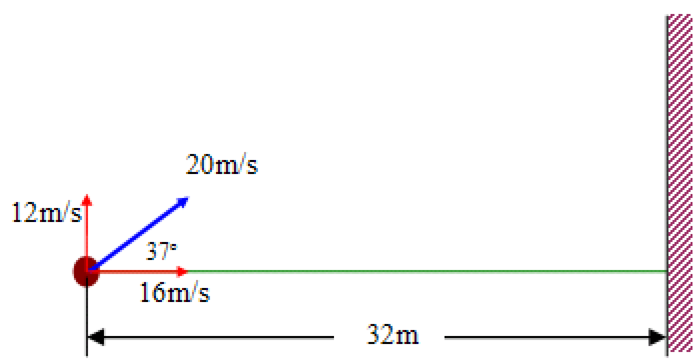
$$v_x = v_{xo} = 8\text{m/s}$$

then the value of x is given by

$$x = v_x\,t = 22\text{m}$$

Example

In the Figure shown below where will the ball hit the wall



Solution

$$v_x = v_{xo} = 16\text{m/s}$$

$$x = 32\text{m}$$

Then the time of flight is given by

$$x = vt$$

t =2s

To find the vertical height after 2s we use the relation

$$y = v_{yo}\, t - 1/2\, g\, t^2$$

Where v_{yo} = 12m/s, t =2s

$$y = 4.4\text{m}$$

Since y is positive value, therefore the ball hit the wall at 4.4m from the ground

To determine whether the ball is going up of down we estimate the velocity and from its direction we can know

$$v_y = v_{yo} - gt$$

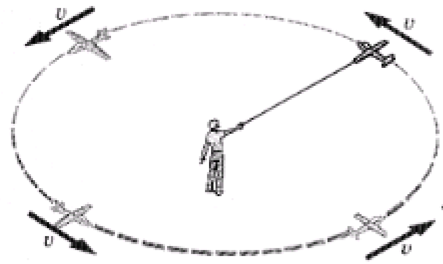
$$v_y = -7.6\text{m/s}$$

Since the final velocity is negative then the ball must be going down.

المحاضرة (٦)

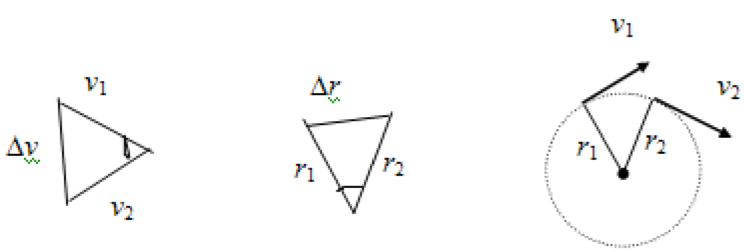
Motion in Uniform Circle

Motion in Uniform Circular Motion



من الممكن أن يتحرك جسم على مسار دائري بسرعة خطية ثابتة ***linear speed constant*** قد يخطر لنا الآن أن العجلة في هذه الحالة تساوى صفراً، وذلك لأن السرعة ثابتة، وهذا غير صحيح لأن الجسم يتحرك على مسار دائري لذا توجد عجلة. ولشرح ذلك نحن نعلم أن السرعة كمية متجه، والعجلة هي عبارة عن كمية متجه لأنها تساوى معدل التغير في السرعة بالنسبة للزمن، والتغير في السرعة قد يكون في المقدار أو في الاتجاه.

وفي حالة حركة الجسم على مسار دائري فإن العجلة لا تؤثر على مقدار السرعة إنما تغير من اتجاه السرعة، ولهذا فإن الجسم يتحرك على مسار دائري وبسرعة ثابتة. يكون متجه السرعة دائما عمودياً على نصف القطر وفى اتجاه المماس عند أية نقطة على المسار الدائري كما في الشكل



$$\frac{\Delta v}{\Delta r} = \frac{v}{r}$$

$$\Delta v = \frac{v}{r}\Delta r$$

Divide both sides by Δt

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r}\frac{\Delta r}{\Delta t}$$

$$a = \frac{v}{r}v = \frac{v^2}{r}$$

$$a_{\perp} = \frac{v^2}{r}$$

Example

A particle moves in a circular path 0.4m in radius with constant speed. If the particle makes five revolution in each second of its motion, find (a) the speed of the particle and (b) its acceleration.

Solution

(a) Since r=0.4m, the particle travels a distance 0f $2\pi r$ = 2.51m in each revolution. Therefore, it travels a distance of 12.57m in each second (since it makes 5 rev. in the second).

v= 12.57m/1sec = 12.6 m/s

(b) $a_{\perp} = \frac{v^2}{r}$ = 12.6/0.4 = 395m/s²

Example

A train slows down as it rounds a sharp horizontal turn, slowing from 90km/h to 50km/h in the 15s that it takes to round the bend. The radius of the curve is 150m. Compute the acceleration at the train.

Solution

يجب تحويل السرعة من وحدة km/h إلى وحدة m/s كالتالي:-

$$50km/h=\left(50\frac{km}{h}\right)\left(10^3\frac{m}{km}\right)\left(\frac{1h}{3600s}\right)=13.89m/s$$

$$90km/h=\left(90\frac{km}{h}\right)\left(10^3\frac{m}{km}\right)\left(\frac{1h}{3600s}\right)=25m/s$$

when v =13.89m/s

$$a_{\perp}=\frac{v^2}{r}=\frac{13.89}{150}=1.29\text{m/s}^2$$

$$a=\frac{v^2}{r}=\frac{13.89-25}{15}=-0.741\text{m/s}^2$$

$$a=\sqrt{a_r^{\;2}+a_t^{\;2}}=\sqrt{(1.29)^2+(-0.741)^2}=1.48m/s^2$$

المحاضرة (٧)

قوانين الحركة

The law of motion

في الجزء السابق ركزنا على علم وصف الحركة من إزاحة وسرعة وعجلة دون النظر إلى مسبباتها وهذا العلم يسمى علم الكينماتيكا ***Kinematics***، وفى هذا الجزء من المقرر سوف ندرس مسبب الحركة وهو كمية فيزيائية هامة تدعى القوة ***Force*** والتي وضع العالم نيوتن ثلاث قوانين أساسية تعتمد على الملاحظات التجريبية التي أجراها منذ أكثر من ثلاث قرون. والعلم الذي يدرس العلاقة بين حركة الجسم والقوة

المؤثرة عليه هو من علوم الميكانيكا الكلاسيكية *Classical mechanics* والتي تعرف باسم ديناميكا *Dynamics*، وكلمة كلاسيك هنا تدل على أننا نتعامل فقط مع سرعات اقل بكثير من سرعة الضوء وأجسام أكبر بكثير من الذرة.

The concept of force

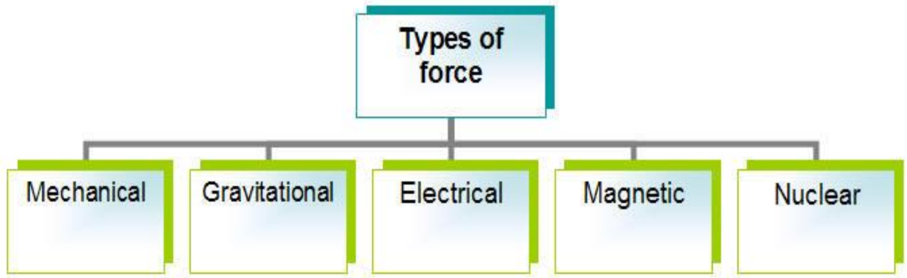
نتعامل في حياتنا اليومية مع العديد من أنواع القوى المختلفة التي قد تؤثر على الأجسام المتحركة فتغير من سرعتها مثل شخص يدفع عربة أو يسحبها أو أن تؤثر القوة على الأجسام الساكنة لتبقيها ساكنة مثل الكتاب على الطاولة أو الصور المعلقة على الحائط. ويكون تأثير القوة مباشر *Contact force* مثل سحب زنبرك أو دفع صندوق ويمكن أن يكون تأثير القوة عن بعد **Action-at-a-distance** مثل تنافر أو تجاذب قطبي مغناطيس.

It is not always force needed to move object from one place to another but force are also exist when object do not move, *for example* when you read a book you exert force holding the book against the force of gravitation.

يعرف الجسم الساكن بأنه في حالة اتزان **equilibrium** عندما تكون محصلة القوى المؤثرة عليه تساوي صفراً.

It is very important to know that when a body is at rest or when moving at constant speed we say that the net force on the body is zero *i.e.* the body in *equilibrium*.

يوجد العديد من أنواع القوة الموجودة في الطبيعة وهي أما أن تكون ميكانيكية أو جاذبية أو كهربية أو مغناطيسية أو نووية. وسندرس في هذا المقرر من الكتاب النوع الأول والثاني.



ولدراسة القوى الميكانيكية سنبدأ بدراسة قوانين نيوتن للحركة.

Newton’s laws of motion

Newton's first law, *the law of equilibrium* states that an object at rest will remain at rest and an object in motion will remain in motion with a constant velocity unless acted on by a *net external force.*

Newton's second law, *the law of acceleration,* states that the acceleration of an object is directly proportional to the net force acting on it and inversely proportional to its mass.

Newton's third law, *the law of action-reaction,* states that when two bodies interact, the force which body "A" exerts on body "B" (the action force) is equal in magnitude and opposite in direction to the force which body "B" exerts on body "A" (the reaction force). A consequence of the third law is that forces occur in pairs. Remember that the action force and the reaction force act on different objects.

Newton's first and second law

يشرح القانون الأول لنيوتن حالة الأجسام التي تؤثر عليها مجموعة قوى محصلتها تساوي صفراً، حيث يبقى الجسم الساكن ساكناً والجسم المتحرك يبقى متحركاً بسرعة ثابتة. أما قانون نيوتن الثاني فيختص بالأجسام التي تؤثر عليها قوة خارجية تؤدي

إلى تحريكها بتعجيل a أو أن تغير من سرعتها إذا كانت الأجسام متحركة. وهنا يجدر الإشارة إلى أن القانون الثاني يحتوي القانون الأول بتطبيق أن تعجيل تساوي صفراً $a = 0$.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

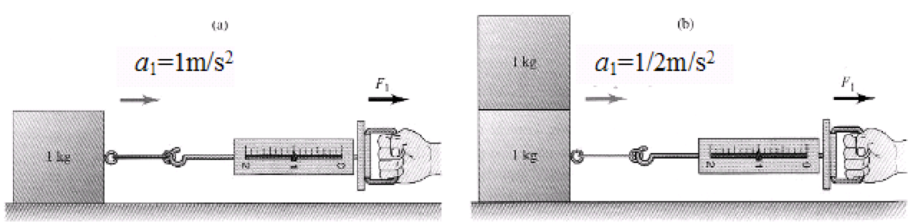
where m is the mass of the body and a is the acceleration of the body

Then the unit of the force is (Kg.m/s^2) which is called Newton (N)

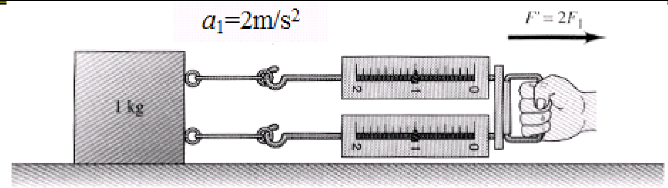
وقد سميت وحدة القوة بنيوتن تكريماً للعالم نيوتن.

$\sum \vec{F} = 0$ — *Newton's first law*

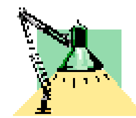
$\sum \vec{F} = m\vec{a}$ — *Newton's second law*



في الشكل أعلاه إذا زادت الكتلة بمقدار الضعف مع ثبوت قوة الشد فإن العجلة تقل بمقدار النصف.

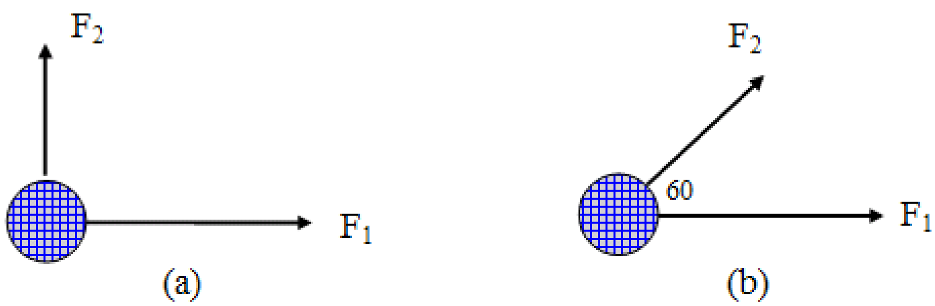


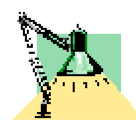
في الشكل أعلاه إذا تضاعفت قوة الشد فإن العجلة تزداد بمقدار الضعف.



Example

Two forces, F_1 and F_2, act on a 5-kg mass. If F_1 =20 N and F_2 =15 N, find the acceleration in (a) and (b) of the Figure





Solution

(a) $\sum F = F_1 + F_2 = (20i + 15j)$ N

$\sum F = ma \quad \therefore 20i + 15j = 5\, a$

$a = (4i + 3j)$ m/s^2 or $\qquad a = 5$m/s^2

(b) $F_{2x} = 15 \cos 60 = 7.5$ N

$F_{2y} = 15 \sin 60 = 13$ N

$F_2 = (7.5\boldsymbol{i} + 13\boldsymbol{j})$ N

$$\sum F = F_1 + F_2 = (27.5\boldsymbol{i} + 13\boldsymbol{j}) = ma = 5\,\boldsymbol{a}$$

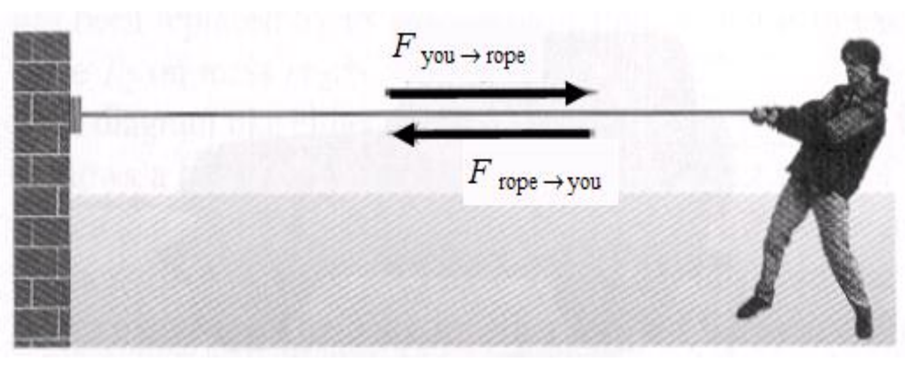
$$\boldsymbol{a} = (5.5\boldsymbol{i} + 2.6\boldsymbol{j})\ \text{m/s}^2 \qquad \text{or} \qquad a = 6.08\text{m/s}^2$$

Newton's third law

يختص القانون الثالث لنيوتن على القوة المتبادلة بين الأجسام حيث أنه إذا أثرت بقوة على جسم ما وليكن كتاب ترفعه بيدك فإن الكتاب بالمقابل يؤثر بنفس مقدار القوة على يدك وفي الاتجاه المعاكس.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

والرمز F_{12} يعني القوة التي يتأثر بها الجسم الأول نتيجة للجسم الثاني.



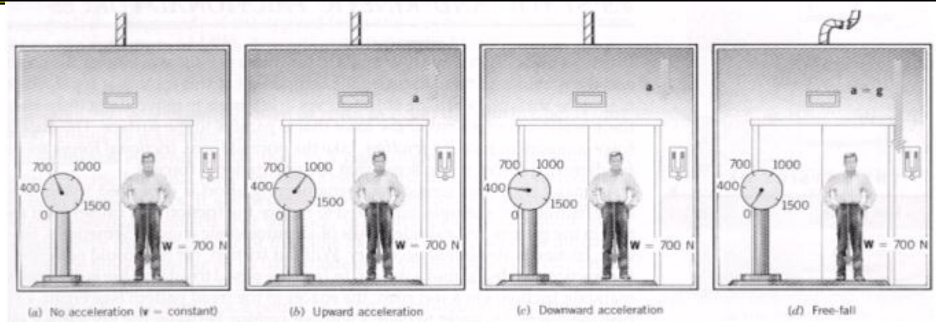
يتضح من الشكل أعلاه مفهوم قانون نيوتن الثالث للفعل ورد الفعل، حيث يشد الشخص الجدار بواسطة الحبل وبالمقابل فإن الحبل يشد الشخص كرد فعل.

تابع المحاضرة (٧)

Weight

نعلم جميعا أن الوزن *Weight* هو كمية فيزيائية لها وحدة القوة (N) وهى ناتجة من تأثير عجلة الجاذبية الأرضية g على كتلة الجسم m، وبتطبيق قانون نيوتن الثاني على جسم موجود على بعد قريب من سطح الأرض حيث يتأثر بقوة الجاذبية الأرضية ومقدارها كتلة الجسم في عجلة الجاذبية الأرضية، وبالتالي فإن الوزن

$$W = mg$$



في الشكل أعلاه يوضح تأثير تغيير العجلة على وزن الشخص في مصعد كهربي حيث يتغير وزن الشخص في حالة صعود أو هبوط المصعد.

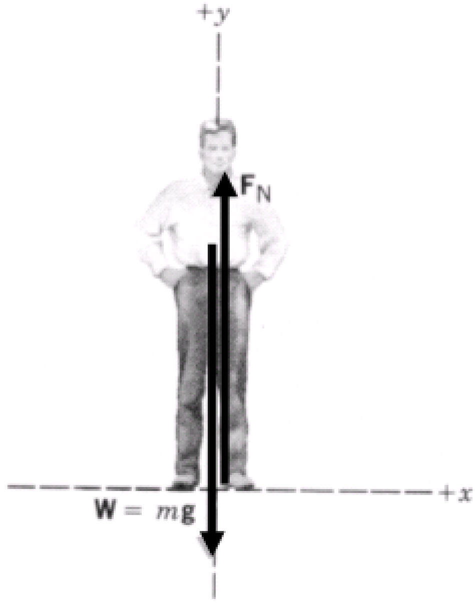
(١) عندما يتحرك المصعد بدون عجلة (سرعة ثابتة) فإن وزن الشخص W=700N.

(٢) عندما يتحرك المصعد إلى الأعلى فإن وزن الشخص يصبح W=1000N.

(٣) عندما يتحرك المصعد إلى الأسفل فإن وزن الشخص يصبح W=400N.

(٤) عندما يسقط المصعد سقوطاً حراً فإن الوزن يصبح صفراً (حالة انعدام الوزن).

في الحالة الأولى عندما تكون العجلة تساوي صفراً يكون الوزن المقاس هو الوزن الحقيقي للشخص، بينما الوزن المقاس في الحالات الثلاث الأخرى فيدعى الوزن الظاهري. ولتوضيح التغير في الوزن الظاهري بالنسبة إلى الوزن الحقيقي سنستخدم قانون نيوتن الثاني:



بتحليل القوى المؤثرة على الشخص في المصعد نجد أن هنالك قوتين الأولى هي وزن الشخص $W=mg$ والقوة الأخرى هي قوة رد فعل المصعد على الشخص F_N.
بتطبيق قانون نيوتن الثاني نجد أن

$$\sum \vec{F} = F_N - mg = ma$$

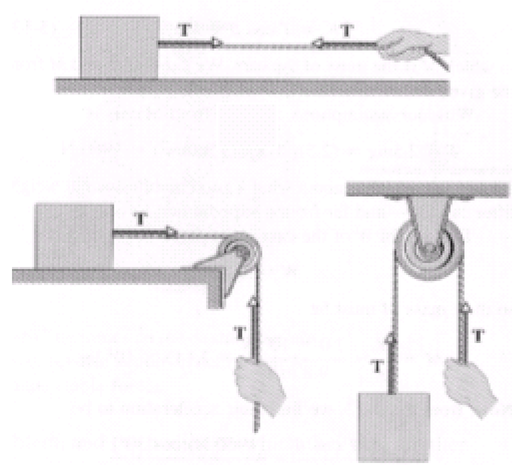
where *a* is the acceleration of the elevator and the person.

عندما يتحرك المصعد إلى الأعلى تكون العجلة a موجبة. أما عندما يتحرك المصعد للأسفل فإن a تكون سالبة.

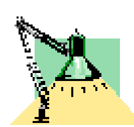
$$F_N = mg + ma$$ when the elevator moves upward

$$F_N = mg - ma$$ when the elevator moves downward

Tension



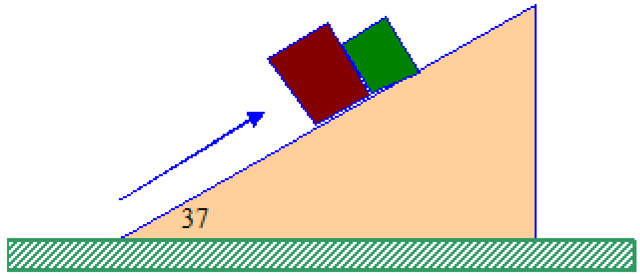
عند سحب جسم بواسطة حبل فإن القوة المؤثرة على الجسم من خلال الحبل تدعى قوة الشد *Tension* ويرمز لها بالرمز *T* ووحدته N. ويظهر في الشكل صور مختلفة من قوة الشد وكيفية تحديدها على الشكل.

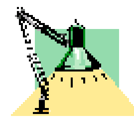


Example

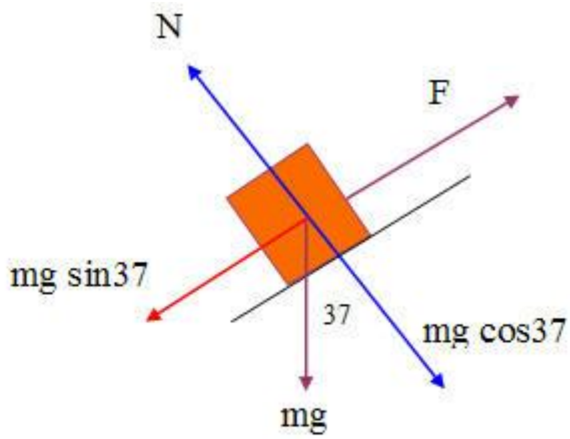
Two blocks having masses of 2 kg and 3 kg are in contact on a fixed smooth inclined plane as in Figure.

(a) Treating the two blocks as a composite system, calculate the force F that will accelerate the blocks up the incline with acceleration of $2 m/s^2$,





Solution



We can replace the two blocks by an equivalent 5 kg block as shown in Figure 3.3. Letting the x axis be along the incline, the resultant force on the system (the two blocks) in the x direction gives

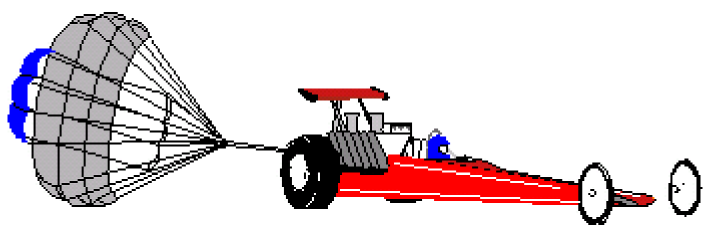
$$\sum F_x = F - W \sin(37^o) = m\, a_x$$

$$F - 5\,(0.6) = 5(2)$$

$F = 39.4$ N

Example

The parachute on a race car of weight 8820N opens at the end of a quarter-mile run when the car is travelling at 55 m/s. What is the total retarding force required to stop the car in a distance of 1000 m in the event of a brake failure?



Solution

$W = 8820$ N, $g = 9.8$ m/s^2 , $v_o = 55$ m/s, $v_f = 0$, $x_f - x_o = 1000$ m

$$m = W/g = 900 \text{ kg}$$

$$v_f^{\,2} = v_o^{\,2} + 2a(x - x_o),$$

$$0 = 55^2 + 2a(1000), \quad \text{giving} \quad a = -1.51 \text{ m/s}^2$$

$$\sum F = ma = (900 \text{ kg})(-1.51 \text{ m/s}^2) = -1.36 \times 10^3 \text{ N}$$

The minus sign means that the force is a retarding force.

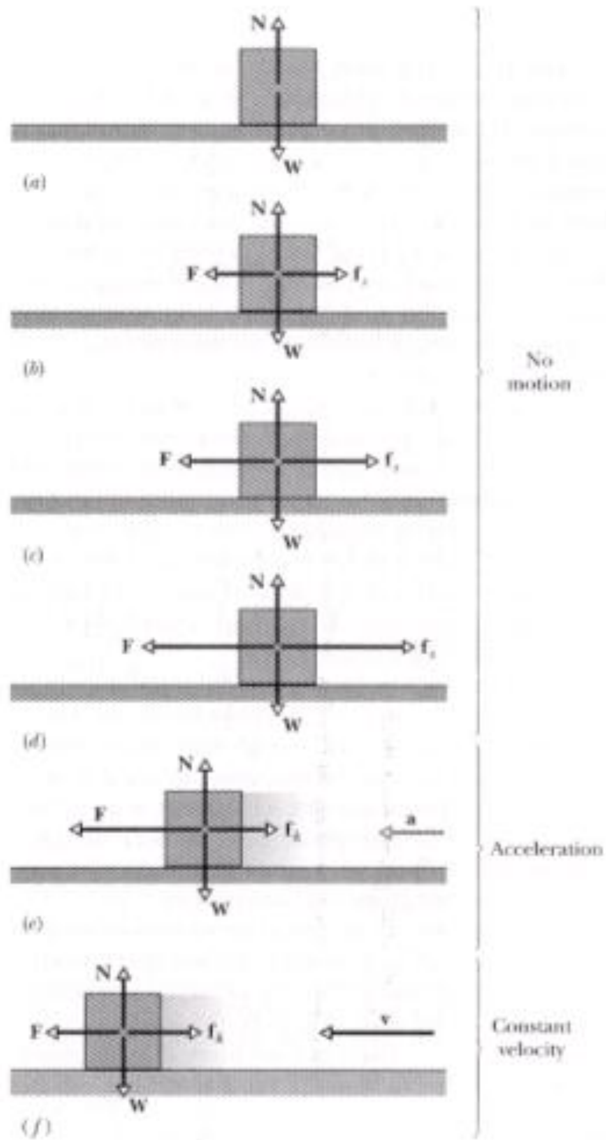
المحاضرة (٨)

قوة الاحتكاك

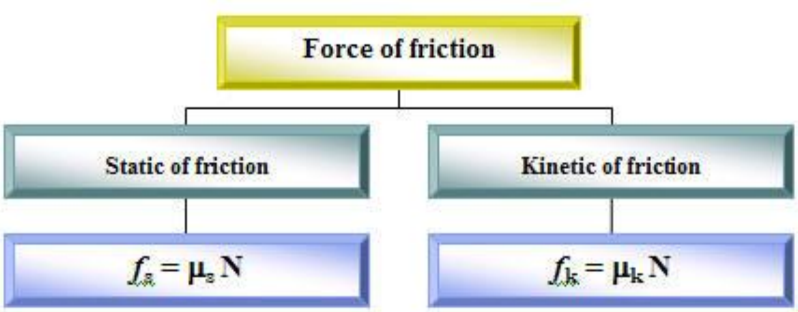
Force of friction

لقد أهملنا سابقاً القوة الناتجة عن الاحتكاك وذلك بفرض أن الأجسام تتحرك على أسطح ناعمة smooth surfaces وذلك حتى لا نزيد عدد المعادلات الرياضية المصاحبة لحل مسائل الميكانيكا، ولكن وبعد أن قطعنا شوطاً في التعامل مع متجهات القوة بمختلف أنواعها مثل الوزن W والشد T ورد الفعل N والقوة الخارجية المؤثرة على الحركة F، سندخل نوع آخر من القوة المؤثرة على الحركة وهى قوة الاحتكاك *force of friction* ويرمز لها بالرمز f واتجاه هذه القوة دائماً عكس اتجاه الحركة وهي ناتجة عن خشونة الأسطح المتحركة.

من التجارب العملية لوحظ أن قوة الاحتكاك للأجسام الساكنة أكبر من قوة الاحتكاك للأجسام المتحركة. وهذا شيء نلاحظه في حياتنا العملية حيث يحتاج الشخص إلى قوة كبيرة في بداية الأمر لتحريك صندوق خشبي على الأرض ولكن بعد أن يتحرك الجسم نلاحظ أن القوة اللازمة أصبحت أقل من ذي قبل وهذا لأن الجسم أصبح متحركاً وبالتالي فإن قوة الاحتكاك تصبح أقل.



لهذا السبب يمكن تقسيم الاحتكاك إلى نوعين هما الاحتكاك السكوني ***static friction*** والاحتكاك الحركي ***kinetic friction***.

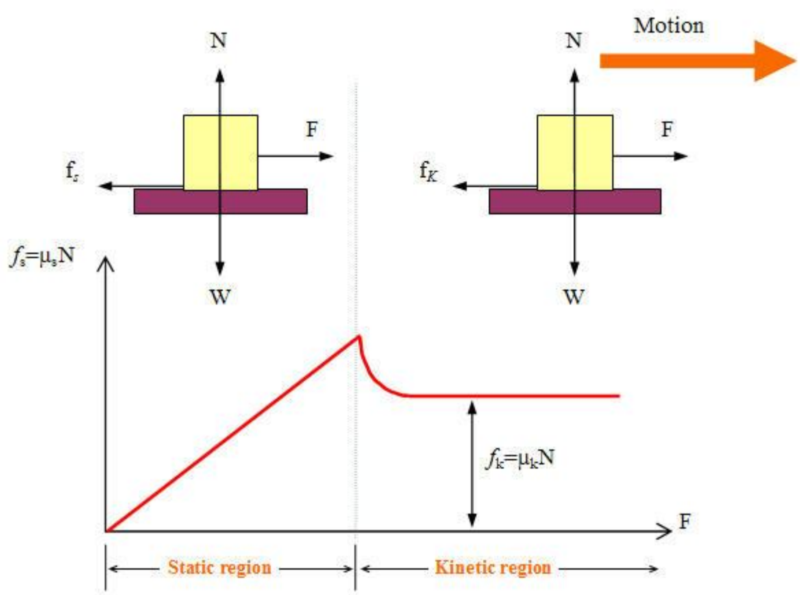


ولقد وجد عمليا أن قوة الاحتكاك تتناسب طردياً مع قوة رد الفعل لهذا فإن الاحتكاك يمكن أن يكتب كالتالي:

$$f = \mu N$$

حيث μ تسمى معامل الاحتكاك، وفى حالة الاحتكاك السكوني تسمى ***Coefficient of static friction***، μ_s أما في حالة الاحتكاك الحركي تسمى ***Coefficient of kinetic friction***, μ_k.

وعند تمثيل العلاقة بين القوة المؤثرة على جسم وقوة الاحتكاك بيانياً ينتج الشكل التالي:



معامل الاحتكاك الحركي يكون دائما أكبر من معامل الاحتكاك السكوني ومعامل الاحتكاك ليس له وحدة.

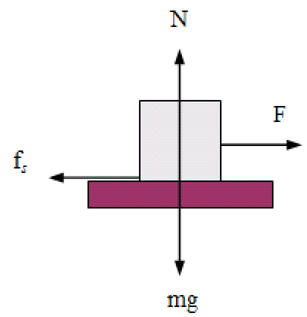
Evaluation of the force of friction

Case (1) when a body slides on a horizontal surface

$$f_k = \mu_k N$$

Since $N = mg$ (كما هو في الشكل المقابل)

$$f_k = \mu_k \, mg$$

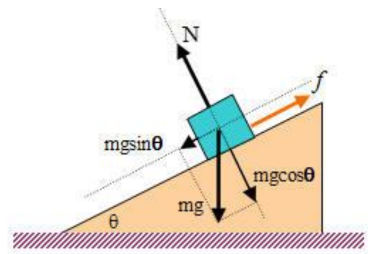


Case (2) when a body slides on an inclined surface

$$f_k = \mu_k N$$

Since $N = mg \cos\theta$ (كما هو في الشكل المقابل)

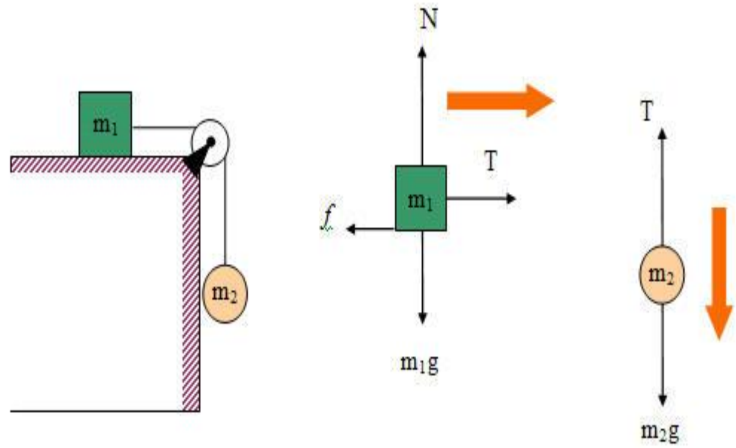
$$f_k = \mu_k \, mg \cos\theta$$



Example

Two blocks are connected by a light string over a frictionless pulley as shown in Figure 3.14. The coefficient of sliding friction between m_1 and the surface is μ. Find the acceleration of the two blocks and the tension in the string.

Solution



Consider the motion of m_1. Since its motion to the right, then $T > f$. If T were less than f, the blocks would remain stationary.

$$\sum F_x \text{ (on } m_1) = T - f = m_1 a$$

$$\sum F_y \text{ (on } m_1) = N - m_1 g = 0$$

since $f = \mu N = m_1 g$, then

$$T = m_1(a+\mu g)$$

For m_2, the motion is downward, therefore $m_2 g > T$. Note that T is uniform through the rope. That is the force which acts on the right is also the force which keeps m_2 from free falling. The equation of motion for m_2 is:

$$\sum F_y \text{ (on } m_2) = T - m_2 g = - m_2 a \qquad \Rightarrow \qquad T = m_2(g-a)$$

Solving the above equation

$$m_2(a+\mu g) - m_2(g-a) = 0$$

$$a = \left(\frac{m_2 - \mu m_1}{m_1 + m_2}\right) g$$

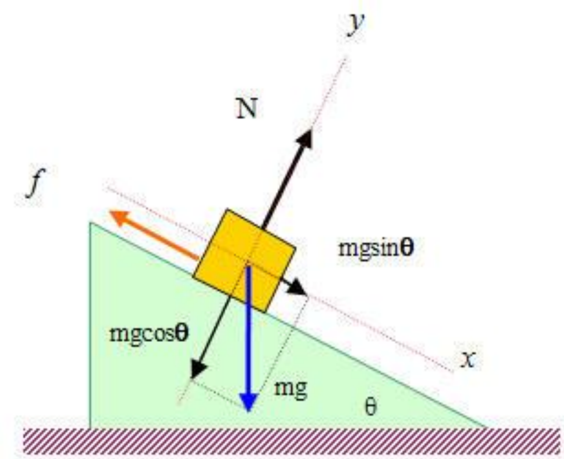
The tension T is

$$T = m_2\left(1 - \frac{m_2 - \mu m_1}{m_1 + m_2}\right) g = \frac{m_1 m_2 (1+\mu) g}{m_1 + m_2}$$

Example

A 3kg block starts from rest at the top of 30^o incline and slides a distance of 2m down the incline in 1.5s. Find (a) the acceleration of the block, (b) the coefficient of kinetic friction between the block and the plane, (c) the friction force acting on the block, and (d) the speed of the block after it has slid 2m.

Solution



Given $m = 3kg, \quad \theta = 30^o, \quad x = 2m, \quad t = 1.5s$

$$x = 1/2at^2 \Rightarrow 2 = 1/2a\,(1.5)^2 \Rightarrow a = 1.78 m/s^2$$

$$mg\,\sin30 - f = ma \Rightarrow \quad f = m\,(g\,\sin30 - a)\; f = 9.37N$$

$$N - mg\,\cos30 = 0 \Rightarrow \quad N = mg\,\cos30$$

$$f = 9.37N$$

$$\mu_k = f\,/\,N = 0.368$$

$$v^2 = v_o^2 + 2a\,(x - x_o)$$

$$v^2 = 0 + 2(1.78)(2) = 7.11$$

then

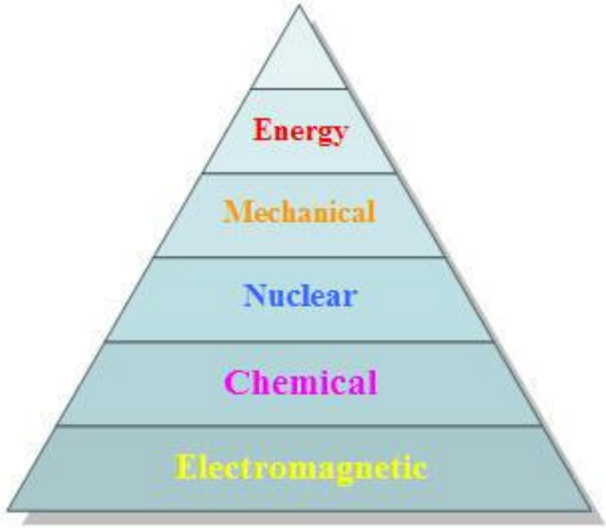
$$v = 2.67 m/s$$

المحاضرة (٩)

الشغل والطاقة

WORK AND ENERGY

إن مفهوم الشغل والطاقة مهم جداً في علم الفيزياء، حيث توجد الطاقة في الطبيعة في صور مختلفة مثل الطاقة الميكانيكية *Mechanical energy*، والطاقة الكهرومغناطيسية *Electromagnetic energy*، والطاقة الكيميائية *Chemical energy*، والطاقة الحرارية *Thermal energy*، والطاقة النووية *Nuclear energy*. إن الطاقة بصورها المختلفة تتحول من شكل إلى آخر ولكن في النهاية الطاقة الكلية ثابتة. فمثلا الطاقة الكيميائية المختزنة في بطارية تتحول إلى طاقة كهربية لتتحول بدورها إلى طاقة حركية. ودراسة تحولات الطاقة مهم جداً لجميع العلوم.



وفي هذا الجزء من المقرر سوف نركز على *Mechanical energy*. وذلك لأنه يعتمد على مفاهيم القوة التي وضعها نيوتن في القوانين الثلاثة، ويجدر الذكر هنا أن الشغل والطاقة كميات قياسية وبالتالي فإن التعامل معها سيكون أسهل من استخدام قوانين نيوتن للحركة، وذلك لأننا كنا نتعامل وبشكل مباشر مع القوة وهي كمية متجهة. وحيث أننا لم نجد أية صعوبة في تطبيق قوانين نيوتن وذلك لأن مقدار القوة المؤثرة على حركة الأجسام ثابت، ولكن إذا ما أصبحت القوة متغيرة وبالتالي فإن العجلة ستكون متغيرة وهنا يكون التعامل مع مفهوم الشغل والطاقة اسهل بكثير في مثل هذه الحالات.

ولكن قبل أن نتناول موضوع الطاقة فإننا سوف نوضح مفهوم الشغل الذي هو حلقة الوصل ما بين القوة والطاقة.

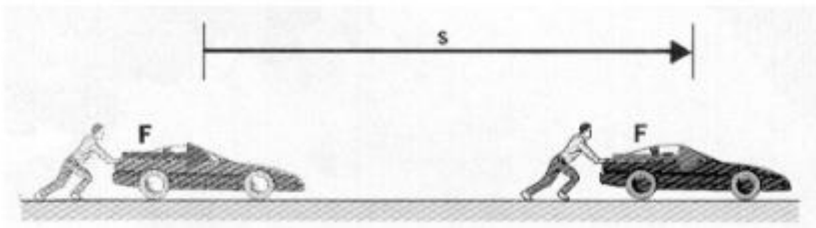
والشغل قد يكون ناتجاً من قوة ثابتة *constant force* أو من قوة متغيرة *varying force*. وسوف ندرس كلا النوعين في هذا الفصل.

Work done by a ***constant force***

اعتبر وجود جسم يتحرك إزاحة مقدارها s تحت تأثير قوة F، وهنا سوف نأخذ حالة بسيطة عندما تكون الزاوية بين متجه القوة ومتجه الإزاحة يساوي صفراً وفي الحالة

الثانية عندما تكون هناك زاوية بين متجه الإزاحة ومتجه القوة وذلك للتوصل إلى القانون العام للشغل.

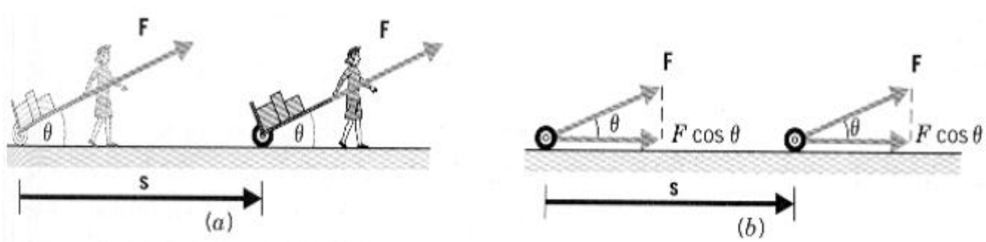
قوة منتظمة في اتجاه الحركة



The work in this case is given by the equation

$$W = F\, s$$

قوة منتظمة تعمل زاوية مع اتجاه الحركة



The work in this case is done by the horizontal component of the force

$$W = F \cos\theta \, s$$

The above equation can be written in the directional form as dot product

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

The unit of the work is N.m which is called Joule (J).

Example

Find the work done by a 45N force in pulling the luggage carrier shown in Figure 4.2 at an angle $\theta = 50^o$ for a distance $s = 75$m.

Solution

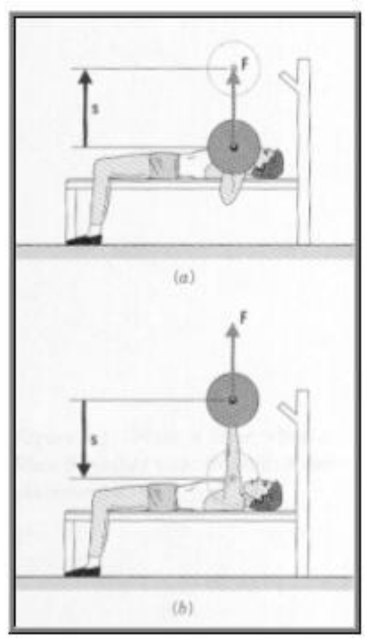
According to equation above the work done on the luggage carrier is

$$W = (F\cos\theta)\, s = 45 \cos 50^o \times 75 = 2170\text{J}$$

Work can be positive or negative

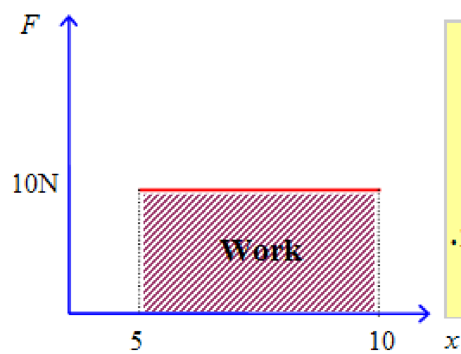
Important Notes

- *The object must undergo a displacement s.*
- *F must have a non-zero component in the direction of s.*
- *Work is zero when there is no displacement.*
- *Work is zero when the force is perpendicular to the displacement.*
- *Work is positive when F is indirection of displacement or when $0 \le \theta < 90$ as in Figure 4.3(a).*
- *Work is negative when F is in opposite direction of displacement or when $90 < \theta \le 180$ as in Figure4.3(b).*



Work done by a varying force

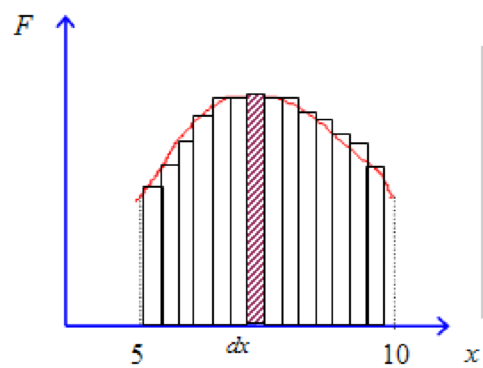
ذكرنا سابقا أن استخدام مفهوم الشغل سوف يساعدنا في التعامل مع الحركة عندما تكون القوة غير منتظمة، ولتوضيح ذلك دعنا نفترض أن قوة منتظمة قدرها 10N تؤثر على جسم ليتحرك مسافة من x_i=5m إلى x_f=25m وبالتالي فإن الإزاحة مقدارها 20m، ولتمثيل ذلك بيانياً نرسم محور القوة ومحور الإزاحة كما في الشكل، وبالتالي تكون القوة هي خط مستقيم يوازي محور x.



Work = $F\,s$ = 10×(25-5) = 200J

وهذا عبارة عن المساحة تحت المنحنى وهي مساحة المستطيل الذي عرضه 10N وطوله 20m.

أما في حالة كون القوة متغيرة خلال الإزاحة كما هو مبين في الشكل التالي:



$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx$$

وهذا عبارة عن المساحة تحت المنحنى أيضا.

في هذه الحالة نأخذ إزاحة صغيرة قدرها Δx حتى تكون القوة المؤثرة لهذه الإزاحة منتظمة وهنا يكون الشغل المبذول يعطى بالعلاقة التالية:

$$\Delta W = F_x \Delta x$$

وإذا قمنا بتقسيم منحنى القوة إلى أجزاء صغيرة وحسبنا الشغل المبذول خلال كل جزء وجمعناهم، فإنه يمكن التعبير عن ذلك بالعلاقة الرياضية التالية:

$$W = \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x$$

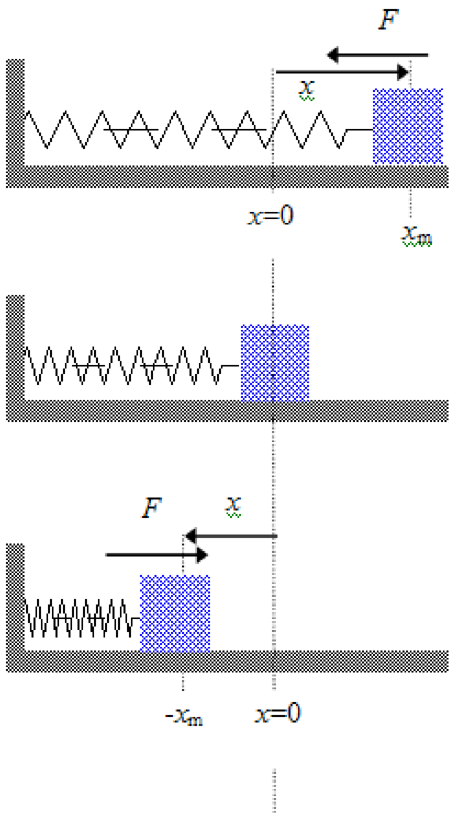
وعند جعل الإزاحة Δx أصغر ما يمكن أي أنها تؤول إلى الصفر لكي نحصل على قيم أدق فإن المعادلة السابقة تتحول إلى

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

وهذه هي الصورة العامة للشغل (لاحظ أن $F_x = F\cos\theta$).

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F . dx$$

Work done by a spring



يعتبر الزنبرك Spring تطبيقاً عملياً على قوة متغيرة مع الإزاحة حيث أن القوة في حالة الزنبرك تعطى بالقانون التالي وهو قانون هوك Hooke's law.

$$F_s = -kx$$

حيث k هو ثابت الزنبرك، والإشارة السالبة تدل على أن قوة شد الزنبرك في عكس اتجاه الإزاحة x.

Work done by a spring:

$$W_s = W_{-xm\rightarrow 0} + W_{0\rightarrow xm} = \text{zero}$$

وذلك لأن الشغل المبذول لتحريك الجسم بواسطة قوة الزنبرك من $x_i=-x_m$ إلى $x_f=0$ يساوي الشغل المبذول لتحريك الجسم بواسطة قوة الزنبرك من $x_i=0$ إلى $x_f=x_m$ ولكن بالسالب.

Work done by an external agent:

الشغل المبذول بواسطة مؤثر خارجي لتحريك الجسم المتصل بزنبرك ببطء من $x_i=0$ إلى $x_f=x_m$

$$W_{Fapp} = \frac{1}{2} k x_m^2$$

الشكل السابق 4.5 يوضح مراحل إزاحة جسم مرتبط بزنبرك كمثال على القوة المتغيرة حيث أن القوة الاسترجاعية للزنبرك تتغير مع تغير الإزاحة. ولحساب الشغل المبذول بواسطة شخص يشد ببطء الزنبرك من $x_i=-x_m$ إلى $x_f=0$ نعتبر أن القوة الخارجية F_{app} تساوي قوة الزنبرك F_s أي أن

$$F_{app} = -(-kx) = kx$$

The work done by the external agent is

$$W_{F_{app}} = \int_0^{x_m} F_{app}\, dx = \int_0^{x_m} kx\, dx = \frac{1}{2} k x_m^2$$

لاحظ أن الشغل المبذول بواسطة قوة خارجية تساوي سالب الشغل المبذول بواسطة قوة شد الزنبرك.

Work and kinetic energy

تعلمنا في أجزاء سابقة أن الجسم يتسارع إذا أثرت عليه قوة خارجية. فإذا فرضنا هنا أن جسم كتلته m يتعرض إلى قوة منتظمة مقدارها F في اتجاه محور x. وبتطبيق قانون نيوتن الثاني نجد أن

$$F_x = m\,a$$

فإذا كانت الإزاحة الكلية التي تحركها الجسم هي s فإن الشغل المبذول في هذه الحالة يعطى بالمعادلة

$$W = F_x\, s = (m\,a)\, s$$

ومن معلومات سابقة عن جسم يتحرك تحت تأثير عجلة ثابتة

$$s = \frac{1}{2}(v_i + v_f)\,t \qquad \& \qquad a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

وبالتعويض في معادلة الشغل نحصل على

$$W = m\left(\frac{v_f - v_i}{t}\right)\frac{1}{2}\left(v_i + v_f\right)t$$

The product of one half the mass and the square of the speed is defined as the *kinetic energy* of the particle and has a unit of J

$$K = 1/2\, mv^2$$

$$W = K_f - K_i$$

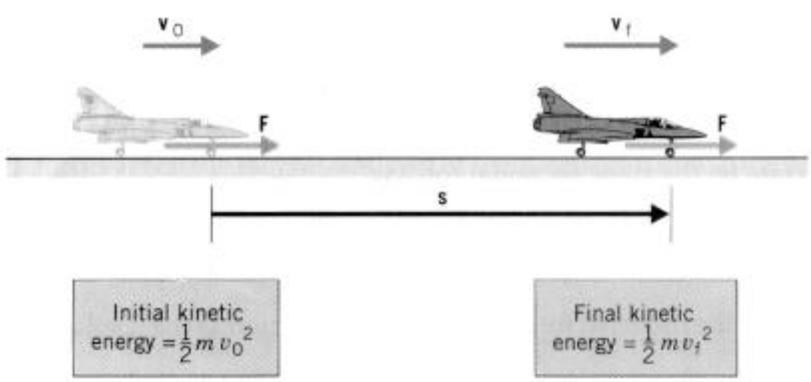
This means that the work is the change of the kinetic energy of a particle.

$$W = \Delta K$$

لاحظ أن طاقة الحركة K دائما موجبة ولكن التغير في طاقة الحركة ΔK يمكن أن يكون سالباً أو موجباً أو صفراً.

Example

A fighter-jet of mass 5×10^4kg is travelling at a speed of v_i=1.1×10^4m/s as showing in the Figure. The engine exerts a constant force of 4×10^5N for a displacement of 2.5×10^6m. Determine the final speed of the jet.



Solution

According to equation of work, the work done on the engine is

$$W = (F\cos\theta)\, s = 4\times10^5 \cos 0^o \times 2.5\times10^6 = 1\times10^{12}\text{J}$$

The work is positive, because the force and displacement are in the same direction as shown in the Figure. Since $W = K_f - K_i$ the final kinetic energy of the fighter jet is

$$K_f = W + K_i$$

$= (1\times10^{12}J) + ½ (5\times10^{4}kg) (1\times10^{4}m/s)^{2} = 4.031\times10^{12}J$

The final kinetic energy is $K_f = ½ mv_f^2$, so the final speed is

$$v_f = \sqrt{\frac{2K_f}{m}} = \sqrt{\frac{2(4.03\times10^{12})}{5\times10^{4}}} = 1.27\times10^{4}\ \text{m/s}$$

حيث أن المحرك يبذل شغلاً موجباً لذا كانت السرعة النهائية أكبر من السرعة الابتدائية.

Power

***The power is defined as the time rate of energy transfer.* If an external force is applied to an object, and if the work done by this force is ΔW it the time interval Δt, then the average power is:**

$$P_{\text{ave}} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

The instantaneous power is given by

$$P = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

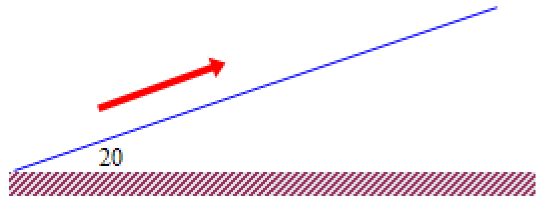
$$P = \frac{dW}{dt} = F.\frac{ds}{dt}$$

$$\therefore\ P = F.v$$

The unit of the power is J/s which is called watt (W).

Example

A 65-kg athlete runs a distance of 600 m up a mountain inclined at 20^o to the horizontal. He performs this feat in 80s. Assuming that air resistance is negligible, (a) how much work does he perform and (b) what is his power output during the run?



Solution

Assuming the athlete runs at constant speed, we have

$$W_A + W_g = 0$$

where W_A is the work done by the athlete and W_g is the work done by gravity. In this case,

$$W_g = -mgs(\sin\theta)$$

So

$$W_A = -W_g = +mgs(\sin\theta)$$
$$= (65\text{kg})(9.80\text{m/s}^2)(600\text{m})\sin 20^o$$

(b) His power output is given by

$$P_A = \frac{W_A}{\Delta t} = \frac{1.31\times10^5 J}{80s} = 1.63\text{kW}$$

المحاضرة (١٠)

Potential energy and conservation energy

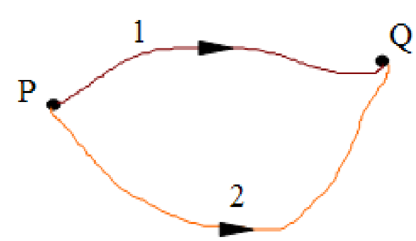
طاقة الوضع وقانون الحفاظ على الطاقة

لجسم متحرك ***Kinetic energy*** درسنا في الفصل السابق مفهوم طاقة الحركة ووجدنا أن طاقة حركة الجسم تتغير عندما يبذل شغل على الجسم. سندرس في هذا الفصل نوعاً آخر من أنواع الطاقة الميكانيكية وهو طاقة الوضع ***Potential energy*** . ويمكن لطاقة الوضع أن تتحول إلى طاقة حركة أو إلى بذل شغل. وتجدر الإشارة هنا إلى أن أنواع القوى التي درسناها هي إما قوة عجلة الجاذبية الأرضية (F_g) أوقوة الاحتكاك (f) أوقوة الشد (T) أوالقوة المؤثرة الخارجية (F_{app})، هذه القوى تقسم إلى نوعين، إما قوى محافظة ***conservative forces*** أو قوى غير محافظة ***non-conservative*** . فإذا كان الشغل الناتج عن قوة ما لا يعتمد على المسار فإن هذه القوة تكون محافظة، أما إذا كان الشغل يعتمد على المسار فإن هذه القوة تكون غير محافظة.

Conservative forces

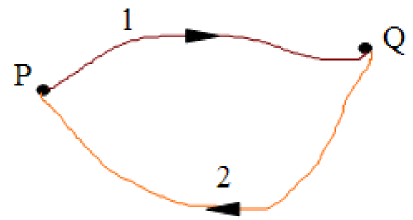
A force is conservative when the *work* done by that *force* acting on a particle moving between two points is *independents* of the path the particle takes between the points.

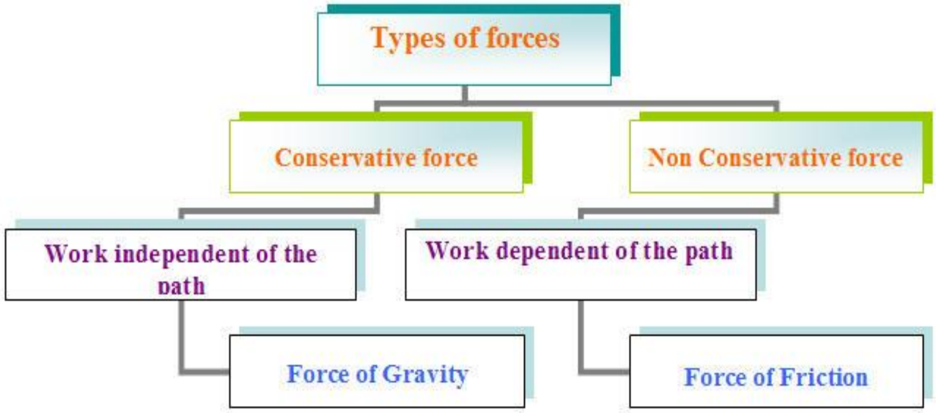
$$W_{PQ}(\text{along } 1) = W_{PQ}(\text{along } 2)$$



The total work done by a conservative force on a particle is zero when the particle moves around any closed path and returns to its initial position.

$$W_{PQ}(\text{along } 1) = - W_{PQ}(\text{along } 2)$$





تعتبر قوة الجاذبية الأرضية مثالاً على القوة المحافظة، فعند نقل جسم من موضع إلى آخر فإن الشغل المبذول يعتمد على القوة mg وعلى الإزاحة بين نقطتي البداية والنهاية، ولا يعتمد الشغل على المسار فإذا كانت نقطة البداية والنهاية لها نفس الارتفاع عن سطح الأرض فإن الشغل يكون صفراً.

الشغل لا يعتمد على المسار عند نقل جسم من موضع آخر لأن قوة الجاذبية الأرضية قوة محافظة.

$$W_g = - mg\,(y_f - y_i)$$

كما وأن القوة الاسترجاعية للزنبرك قوة محافظة حيث أن الشغل يعتمد على نقطتي البداية والنهاية فقط ولا يعتمد على المسار، وقد لاحظنا في الفصل السابق أن الشغل المبذول بواسطة الزنبرك يساوي صفراً في حركة الزنبرك دورة كاملة حيث يكون فيها نقطة النهاية هي العودة إلى نقطة البداية.

When the work done by conservative force we found that the work does not depend on the path taken by the particle. Therefore we can define a new physical quantity called the change in potential energy ΔU.

The Change potential energy is defined as

$$\Delta U = (-W) = U_f - U_i = -\int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx$$

علمنا سابقاً أن الشغل يساوى التغير في طاقة الحركة، ولكن إذا تحرك جسم تحت تأثير قوة محافظة مثل قوة عجلة الجاذبية الأرضية إزاحة محددة فإن الشغل هنا يعتمد على نقطتي البداية والنهاية ولا يعتمد على المسار. وهنا لا نستطيع القول أن الشغل يساوى التغير في طاقة الحركة. فمثلاً إذا حاول شخص رفع كتلة ما من سطح الأرض إلى ارتفاع معين قدره h فإن هذا الشخص سيبذل شغلاً موجباً مساوياً لـ mgh لان القوة التي بذلها في اتجاه الحركة، ولكن من وجهة نظر الجسم فإنه بذل شغلاً سالباً قدره $-mgh$ وذلك لأن قوته (وزنه) في عكس اتجاه الإزاحة، هذا الشغل السالب يدعى طاقة الوضع التي اكتسبها الجسم عند تحريكه من نقطة إلى أخرى تحت تأثير قوة محافظة (قوة عجلة الجاذبية الأرضية).

Conservation of mechanical energy

لنفترض وجود جسم يتحرك في بعد واحد x تحت تأثير قوة محافظة F_x، فإن الشغل المبذول بواسطة القوة يساوي التغير في طاقة حركة الجسم.

$$W = \Delta K = -\Delta U$$

$$\Delta K = -\Delta U$$

$$\Delta K + \Delta U = \Delta(K+U) = 0$$

This is the law of conservation of mechanical energy, which can be written as

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

Law of conservation mechanical energy

Total mechanical energy

لنعرف الطاقة الميكانيكية الكلية بحاصل جمع طاقة الحركة وطاقة الوضع للجسم.

$$E = K + U$$

طاقة الوضع

الطاقة الميكانيكية الكلية

طاقة الحركة

هنا يمكن كتابة قانون الحفاظ على الطاقة الميكانيكية على النحو التالي ومن:

$$E_i = E_f$$

Law of conservation mechanical energy

The law of conservation of mechanical energy states that the total mechanical energy of a system remains constant for conservative force only. This means that when the kinetic energy increased the potential energy decrease

المحاضرة (١١)

طاقة الوضع وقانون الحفاظ على الطاقة

في حالة التعامل مع قوة غير محافظة مثل قوة الاحتكاك بالإضافة إلى قوى محافظة، فإننا لا نستطيع أن نستخدم القانون السابق والذي ينص على أن التغير في الطاقة الميكانيكية الكلية يساوى صفراً لأن هناك جزءً من الطاقة يضيع على شكل حرارة بواسطة الشغل المبذول نتيجة لقوة الاحتكاك. لذلك نحتاج إلى قانون أشمل وأعم ليشمل جميع أنواع القوى.

نعلم سابقا أن الشغل يساوى التغير في طاقة الحركة

$$K = W_c + W_{nc}$$

وحيث أن الشغل قد يكون مبذولاً بواسطة قوى محافظة Wc وأحياناً يكون الشغل مبذولاً بواسطة قوى غير محافظة يرمز له بالرمز Wnc.

وحيث أن الشغل بواسطة قوة محافظة W_c يساوى سالب التغير في طاقة الوضع.

$$W_{nc} + -U = K \qquad \Rightarrow \qquad W_{nc} = K + U$$

وهذا يعنى أن الشغل المبذول بواسطة قوة غير محافظة يساوى التغير طاقة الحركة بالإضافة إلى التغير في طاقة الوضع.

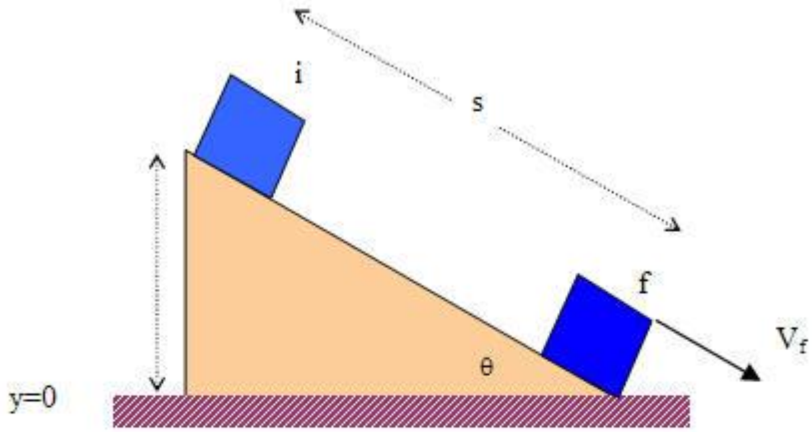
$$W_{nc} = (K_f + U_f) - (K_i + U_i)$$

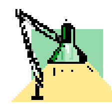
$$W_{nc} = E_f - E_i$$

وهذا يمثل القانون العام للعلاقة بين الشغل والطاقة والذي ينص على أن الشغل المبذول بواسطة قوة غير محافظة يساوى التغير الكلى في الطاقة الميكانيكية.

Example

A 3kg block slides down a rough incline 1m in length as shown in the figure. The block starts from rest at the top and experience a constant force of friction of 5N. the angle of inclination is 30^o. (a) Use energy methods to determine the speed of the block when it reach the bottom of the incline.




Solution

$$W_{nc} = E_f - E_i$$

$$W_{nc} = (K_f+U_f)-(K_i + U_i)$$

$$-f\,s = (1/2\,mv^2 + 0) - (0 + mgh)$$

ومن هذه المعادلة يمكن إيجاد السرعة النهائية للجسم المنزلق. كذلك لاحظ يمكن إيجاد السرعة النهائية باستخدام قانون نيوتن الثاني.

المحاظرة (١٢)

The law of universal gravitation

قانون الجذب العام

التفاحة وضع العالم نيوتن قانون الجاذبية العام بعد الرواية المشهورة عنه وهي سقوط التفاحة على رأسه بينما كان نائماً تحت شجرة، فتوصل إلى أن القوة التي أثرت على لتسقط على الأرض هي نفس القوة التي تجذب القمر إلى الأرض. وتبين أيضاً أن

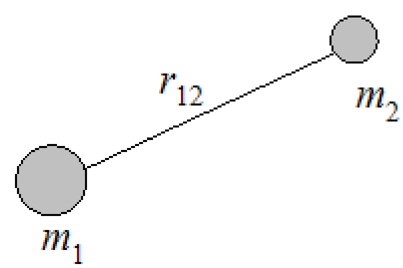
قانون الجذب العام لنيوتن ينطبق على القوة المتبادلة بين الكواكب والأجسام المادية على حد سواء.

Newton's universal law of gravity

Newton's law of gravitational state that *every particle in the universe attract every another particle with a force proportional to the product of their masses and inversely proportional to the square of the distance between them*.

therefore,

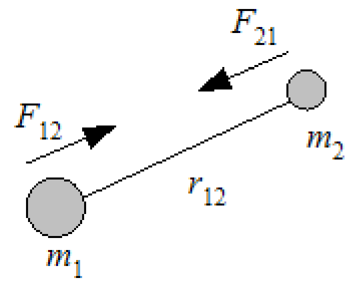
$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$



where G is the gravitational constant, and it is equal,

$$G = 6.67\times 10^{-11}\frac{N.m^2}{kg^2}$$

To right the force of gravitation equation in the vector form we make use of the unit vector r_{12} which has the magnitude of unity and directed from the mass m_1 to m_2, the force on m_2 due to m_1 is given by



$$F_{21} = -G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^{\ 2}}\hat{r}_{12}$$

القوة المتبادلة بين كتلتين m_1 و m_2 هي ناتجة عن التأثير المتبادل بينهما وعليه فإن F_{21} هي قوة الجذب على الكتلة الثانية من تأثير الكتلة الأولى. كذلك فإن القوة F_{12} هي قوة الجذب على الكتلة الأولى من تأثير الكتلة الثانية وفي كلا الحالتين فإن القوتين متساويتان في المقدار ومتعاكستان في الاتجاه. ويعبر عن ذلك بالمعادلة التالية:

$$\mathbf{F_{21} = -F_{12}}$$

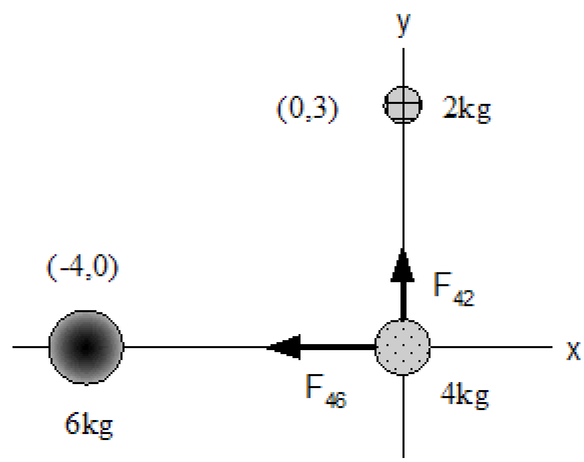
يمكن استخدام قانون الجذب العام لنيوتن لإيجاد القوة المتبادلة بين جسم كتلته m والكرة الأرضية، وهنا يتم التعامل مع كتلة الكرة الأرضية على أنها مركزة في المركز وتحسب المسافة من مركز الأرض إلى الجسم ويكون قانون الجذب العام هو

$$F = G\frac{M_e m}{R_e^{\ 2}}$$

where M_e is the mass of the earth and R_e is the radius of the earth.

Example

Three uniform spheres of mass 2kg, 4kg, and 6kg are placed at the corners of a right triangle as shown in the Figure. Calculate the resultant gravitational force on the 4kg mass.



Solution

$$\mathbf{F_4 = F_{42} + F_{46}}$$

The force on the 4kg mass due to the 2kg mass is

$$F_{42} = G\frac{m_4 m_2}{r_{42}^{\;2}}\, j$$

$$F_{42} = (6.67\times10^{-11})\frac{4\times2}{3^2}\, j$$

$$F_{42} = 5.93\times10^{-11} j \;\; \text{N}$$

The force on the 4kg mass due to the 6kg mass is

$$F_{46} = G\frac{m_4 m_6}{r_{46}^{\ 2}}(-i)$$

$$F_{46} = -(6.67\times10^{-11})\frac{4\times6}{4^2}i$$

$$F_{46} = -10\times10^{-11} i \ \text{ N}$$

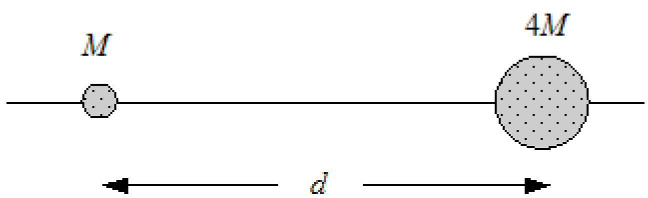
hence,

$$F_4 = (-10i + 5.93j)\times10^{-11} \ \text{N}$$

$$F_4 = 11.6\times10^{-11} \ \text{N} \qquad \& \qquad \theta = 149^o$$

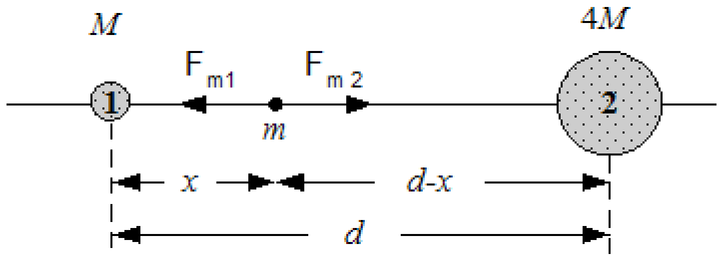
Example

Two stars of masses M and $4M$ are separated by distance d. Determine the location of a point measured from M at which the net force on a third mass would be zero.



Solution

تى تكون القوى المؤثرة على الكتلة الثالثة m فإن القوتين المؤثرتين على الكتلة الثالثة يجب أن تكونا متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الاتجاه. وهذا يتحقق عندما يكون موضع الكتلة الثالثة بين الكتلتين M و ٤M وبالقرب من الكتلة الأصغر



$F_{m2} = F_{m1}$

$$G\frac{m4M}{(d-x)^2} = G\frac{mM}{(x)^2}$$

$$\frac{4}{(d-x)^2} = \frac{1}{(x)^2}$$

Solving for *x* then,

$x = d/3$

Weight and gravitational force

From Newton's second law we define the weight as a kind of force equal to *mg* where *m* is the mass of the particle and *g* the acceleration due to gravity, we can define the weight using the Newton's universal law of gravity as follow

$$W = mg = G\frac{M_e m}{R_e^2}$$

Therefore the acceleration due to gravity can be found as

$$g = G\frac{M_e}{R_e^2}$$

Substitute for the mass of earth M_e = 5.98×10^{24}kg and the radius of the earth R_e = 6.38×10^{6}m

$$\therefore g = G\frac{M_e}{R_e{}^2} = 6.67\times10^{11}\frac{5.98\times10^{24}}{6.38\times10^{6}} = 9.8m/s^2$$

هنا يجب أن نذكر أن قوة الجاذبية بين كتلتين m١ و m٢ هي من القوى ذات التأثير عن بعد action-at-a-distance وبالتالي يمكن أن نعتبر عجلة الجاذبية الأرضية على أنها مجال الجاذبية gravitational field ويمكن تعريف مجال الجاذبية الأرضية بأنها القوة المؤثرة على كتلة الجسم الموجود في مجال الجاذبية.

$$g = \frac{F}{m} \qquad \rightarrow \qquad g = -\frac{GM_e}{r^2}\hat{r}$$

والإشارة السالبة تدل على أن مجال الجاذبية الأرضية في مركز الأرض دائماً.

For a body of mass *m* a distance *h* above the earth then the distance *r* in the equation of the law of gravity is $r=R_e+h$

$$F = G\frac{M_e m}{r^2} = G\frac{M_e m}{(R_e+h)^2}$$

and the acceleration due to gravity at altitude (ارتفاع) *h*, is given by

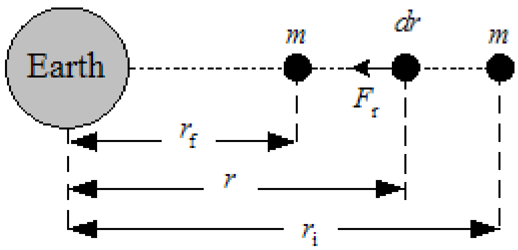
$$g' = G\frac{M_e}{r^2} = G\frac{M_e}{(R_e+h)^2}$$

نستنتج من ذلك أن عجلة الجاذبية الأرضية تقل مع زيادة الارتفاع عن سطح الأرض وتكون صفراً عندما تكون *r* في اللانهاية.

Gravitational potential energy

في الفصل السابق درسنا أن طاقة الوضع لجسم على سطح الأرض أو على ارتفاع ***h*** من سطح الأرض تساوي ***mgh*** وهذا عندما تكون ***h*** على مسافات قريبة من سطح الأرض أو عندما تكون ***h*** أصغر بكثير من نصف قطر الأرض.

سندرس الآن طاقة الوضع في مجال الجاذبية الأرضية عندما يتغير موضع الجسم من مكان إلى آخر بالنسبة لمركز الأرض كما في الشكل التالي



To move the particle of mass *m* from r_i to r_f in the gravitational field *g* a negative work *W* is done by an external agent since the external force F_{ex} is in opposite direction of the displacement. Therefore the change in gravitational potential energy associated with a given displacement *dr* is defined as the negative work done by the gravitational force during the displacement,

$$\Delta U = U_f - U_i = -\int_{r_i}^{r_f} F(r)dr$$

When the particle move from r_i to r_f, it will be subjected to gravitational force given by

$$F = -\frac{GM_e m}{r^2}\hat{r}$$

Substitute in equation 8.12 we get

$$U_f - U_i = GM_e m \int_{r_i}^{r_f} \frac{dr}{r^2} = GM_e m \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_f}^{r_i}$$

Hence

$$U_f - U_i = -GM_e m \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right)$$

Take $U_i=0$ at $r_i=\infty$ we obtain the potential energy as a function of r from the centre of the earth

$$U(r) = -\frac{GM_e m}{r}$$

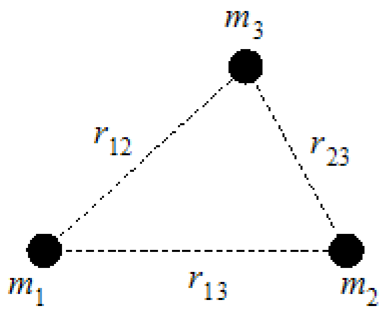
The potential energy between any two particles m_1 and m_2 is given by

$$U = -G\frac{m_1 m_2}{r}$$

نستنتج من المعادلة الأخيرة أن طاقة الوضع المتبادلة بين جسمين تتناسب عكسيا مع المسافة الفاصلة بينهما في حين أن قوة الجاذبية تتناسب عكسياً مع مربع المسافة بينهما.

تكون طاقة الوضع بين جسمين سالبة لأن القوة المتبادلة بينهما دائماً قوى تجاذبية، ويمكن أن نطلق على طاقة الوضع بين جسمين بطاقة الترابط *Binding energy*.

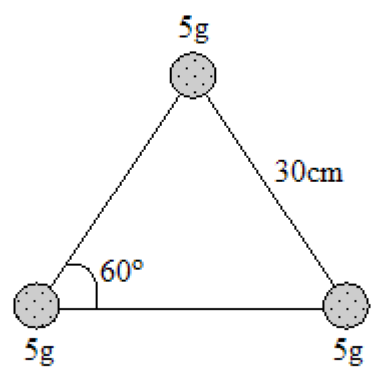
For more than two particles the potential energy can be evaluated by the algebraic sum of the potential energy between any two particles.



$$U_{total} = U_{12} + U_{13} + U_{23}$$

$$U_{total} = -G\left(\frac{m_1 m_2}{r_{12}} + \frac{m_1 m_3}{r_{13}} + \frac{m_2 m_3}{r_{23}}\right)$$

Example



A system consists of three particles, each of mass 5g, located at the corner of an equilateral triangle with sides of 30cm. (a) Calculate the potential energy of the system.

Solution

$$U_{total} = U_{12} + U_{13} + U_{23}$$

$$U_{total} = -G\left(\frac{m^2}{r} + \frac{m^2}{r} + \frac{m^2}{r}\right) = -\frac{3GM^2}{r}$$

$$U_{total} = -\frac{3 \times 6.67 \times 10^{-11} \times (0.005)^2}{0.3} = -1.67 \times 10^{-14} J$$

المحاضرة (١٣)

Total Energy for circular orbital motion

When a body of mass *m* moving with speed *v* in circular orbit around another body of mass *M* where *M>>m* as the earth around the sun or satellite around the earth, the body of mass *M* is at rest with respect to the frame of reference. The total energy of the two body system is the sum of the kinetic energy and the potential energy.

E = K + U

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} \quad *$$

From Newton's second law F = ma where *a* is the is the radial acceleration therefore,

$$\frac{GMm}{r^2}=\frac{mv^2}{r} \qquad **$$

Multiply both sides by *r*/2

$$\frac{1}{2}mv^2=\frac{GMm}{2r}$$

Substitute from equation ** into equation *, we get

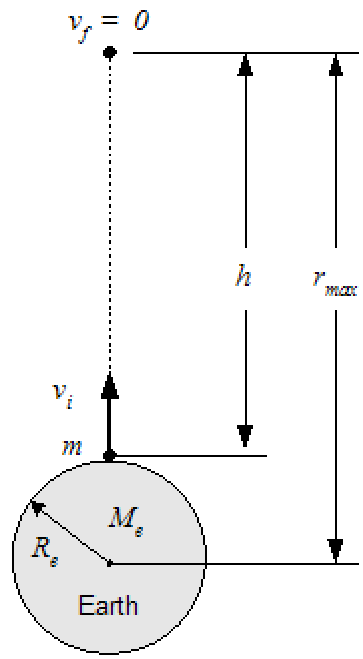
$$E=\frac{GMm}{2r}-\frac{GMm}{r}$$

The total energy for circular orbit

$$E=-G\frac{Mm}{2r}$$

Note that the total energy is negative in a circular orbit. And the kinetic energy is positive and equal to one half the magnitude of the potential energy. The total energy called the binding energy for the system.

Escape velocity



باستخدام مفهوم الطاقة الكلية سنقوم بحساب سرعة الإفلات *escape velocity* من الجاذبية الأرضية. وسرعة الإفلات هي أقل سرعة ابتدائية لجسم يقذف رأسياً ليتمكن الجسم من الإفلات من مجال الجاذبية الأرضية.

Suppose an object of mass *m* is projected vertically upward from the earth with initial speed $v_i = v$ and $r_i = R_e$. When the object is at maximum altitude, $v_f = 0$ and $r_f = r_{max}$.

In this case the total energy of the system (Earth & object) is conserved, we can use the equation

$$\frac{1}{2}mv_i^2 - \frac{GM_e m}{R_e} = -\frac{GM_e m}{r_{\max}}$$

solving for v_i^2 we get,

$$v_i^2 = 2GM_e\left(\frac{1}{R_e} - \frac{1}{r_{\max}}\right)$$

من هذه المعادلة إذا علمنا قيمة السرعة الابتدائية لانطلاق الجسم v_i يمكن حساب أقصى ارتفاع يمكن أن يصل إليه الجسم h حيث أن $h = r_{max}-R_e$.

لحساب سرعة الإفلات للجسم من مجال الجاذبية الأرضية مثل ما هو الحال عند إطلاق صاروخ فضائي أو مكوك من سطح الأرض إلى الفضاء الخارجي فإن سرعة الانطلاق الابتدائية التي يجب أن ينطلق بها المكوك يجب أن لا تقل عن سرعة الإفلات وإلا فإن المكوك سوف لن يصل إلى هدفه نتيجة لتأثير قوة الجاذبية. ولإيجاد سرعة الإفلات المطلوبة فإن ......

For the escape velocity the object will reach a final speed of $v_f = 0$ when $r_{max} = \infty$, therefore we substitute for $v_i = v_{esc}$ and we get

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_e}{R_e}}$$

Note that the escape velocity does not depends on the mass of the object projected from the earth.

This equation can be used to evaluate the escape velocity from any planet in the universe if the mass and the radius of the planet are known.

Escape velocities for the planets	
v_{esc} (km/s)	Planet

4.3	**Mercury**
10.3	**Venus**
11.2	**Earth**
2.3	**Moon**
5.0	**Mars**
60	**Jupiter**
36	**Saturn**
22	**Uranus**
24	**Neptune**
1.1	**Pluto**
618	**Sun**

Escape velocities for the planets

Example

(a) Calculate the minimum energy required to send a 3000kg spacecraft from the earth to a distance point in space where earth's gravity is negligible. (b) If the journey is to take three weeks, what average power would the engine have to supply?

Solution

Example

A spaceship is fired from the Earth's surface with an initial speed of 2×10^4 m/s. What will its speed when it is very far from the Earth? (Neglect friction.)

Solution

Energy is conserved between the surface and the distant point

$$(K+U_g)_i + W_{nc} = (K+U_g)_f$$

$$\frac{1}{2}mv_i^2 - \frac{GM_E m}{R_E} + 0 = +\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{GM_E m}{\infty}$$

$$v_f^2 = v_i^2 - \frac{2GM_E}{R_E}$$

$$v_f^2 = v_i^2 - v_{esc}^2$$

$$v_f^2 = (2\times10^4)^2 - \frac{2(6.67\times10^{-11})^2(5.98\times10^{24})}{6.37\times10^6}$$

Thus,

$$v_f = 1.66\times10^4 \text{ m/s}$$

Example

Two planets of masses m_1 and m_2 and radii r_1 and r_2, respectively, are nearly at rest when they are an infinite distance apart. Because of their gravitational attraction, they head toward each other on a collision course. (a) When their center-to-center separation is d, find expressions for the speed of each planet and their relative velocity. (b) Find the kinetic energy of each planet just before they collide, if $m_1=2\times10^{24}$ kg, $m_2=8\times10^{24}$ kg, $r_1=3\times10^6$ m, and $r_2=2\times10^6$ m

Solution

(a) At infinite separation, *U*=0; and at rest, *K*=0. Since energy is conserved, we have

$$0=\frac{1}{2}m_1v_1{}^2+\frac{1}{2}m_2v_2{}^2-\frac{Gm_1m_2}{d} \qquad (1)$$

The initial momentum is zero and momentum is conserved. Therefore

$$0=m_1v_1-m_2v_2 \qquad (2)$$

Combine equations (1) and (2) to find v_1 and v_2

$$v_1=m_2\sqrt{\frac{2G}{d(m_1+m_2)}} \quad \text{and} \quad v_1=m_1\sqrt{\frac{2G}{d(m_1+m_2)}}$$

The relative velocity is

$$v_r=v_1-(v_2)=\sqrt{\frac{2G(m_1+m_2)}{d(m_1+m_2)}}$$

(b) Substitute for the given value for v_1 and v_2 we find that v_1 = 1.03×10^4 m/s and v_2= 2.58×10^3 m/s.

Therefore,

$$K_1=\frac{1}{2}m_1v_1{}^2=1.07\times10^{32}\ \text{J}$$

and

$$K_2=\frac{1}{2}m_2v_2{}^2=2.67\times10^{31}\ \text{J}$$

1] Show that the expression $x=vt+1/2at^2$ is dimensionally correct, where x is a coordinate and has units of length, v is velocity, a is acceleration, and t is time.

[2] Which of the equations below are dimensionally correct?

(a) $v = v_o+at$

(b) $y = (2\text{m})\cos(kx)$, **where** $k = 2\ \text{m}^{-1}$.

بنفس الطريقة السابقة نجد أن بعد حل المعادلة:

صحيحة (a) المعادلة

صحيحة (b) المعادلة

[3] Show that the equation $v^2 = v_o^2 + 2ax$ is dimensionally correct, where v and v_o represent velocities, a is acceleration and x is a distance. The L.H.S has a unit of $(\text{m/s})^2$

The R.H.S has a unit of $(\text{m/s})^2 + (\text{m/s}^2)\ \text{m} = (\text{m/s})^2$

L.H.S = R.H.S (the equation is correct

[4] The period T of simple pendulum is measured in time units and given by

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

where l is the length of the pendulum and g is the acceleration due to gravity. Show that the equation is dimensionally correct

الطرف الأيمن وابعاد الطرف بعد تحديد ابعاد المعادلة صحيحة التساوي وهذا يعني أن الأيسر نحصل على أن النتيجة

[5] Suppose that the displacement of a particle is related to time according to the expression $s = ct^3$. What are the dimensions of the constant c?

حتى تكون المعادلة صحيحة فإن وحدة الطرف الأيمن من المعادلة يجب أن يكون
(m/s^3 هي c) فإن وحدة الثابت mمساوي لوحدة الطرف الأيسر وهو وحدة طول

[6] Two points in the *xy* plane have Cartesian coordinates (2, -4) and (-3, 3), where the units are in m. Determine (a) the distance between these points and (b) their polar coordinates.

[7] The polar coordinates of a point are r = 5.5m and θ = 240°. What are the cartisian coordinates of this point?

$$x = r\cos\theta = 5.5\times\cos 240^o = -2.75 \text{ m}$$

$$y = r\sin\theta = 5.5\times\sin 240^o = -4.76 \text{ m}$$

[8] A point in the *xy* plane has cartesian coordinates (-3.00, 5.00) m. What are the polar coordinates of this point?

المراد من السؤال هو التحويل من الاحداثيات الكارتيزية إلى القطبية.

$$r = \sqrt{9+25} = 5.8m$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{5}{-3} = -59^o$$ **with respect to the negative x-axis**

$\theta = 121^o$ with respect to the positive x-axis

(-3,5)m = (5.8m, 121°)

[9] Two points in a plane have polar coordinates (2.5m, 30°) and (3.8, 120°). Determine (a) the cartisian coordinates of these points and (b) the distance between them.

The Cartesian coordinate for the point (2.5m, 30^o)

x = 2.16 m & y = 1.25 m

A = 2.16i + 1.25j

(b) The distance between the two points is the magnitude of the displacement vector.

B - A = 4.06i + 2.05j

|B-A| = 4.5 m B - A = 4.06i + 2.05j

|B-A| = 4.5 m

[10] A point is located in polar coordinate system by the coordinates r = 2.5m and θ=35^o. Find the *x* and *y* coordinates of this point, assuming the two coordinate system have the same origin.

r = 2.5 , θ = 35^o

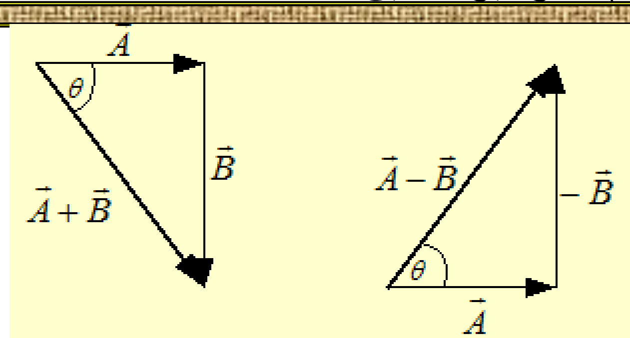
r = 2.5 , θ = 35^o

x = r cos 35 = 2

y = r sin 35 = 1.4

[11] Vector A is 3.00 units in length and points along the positive *x* axis. Vector B is 4.00 units in length and points along the negative *y* axis. Use graphical methods to find the magnitude and direction of the vectors

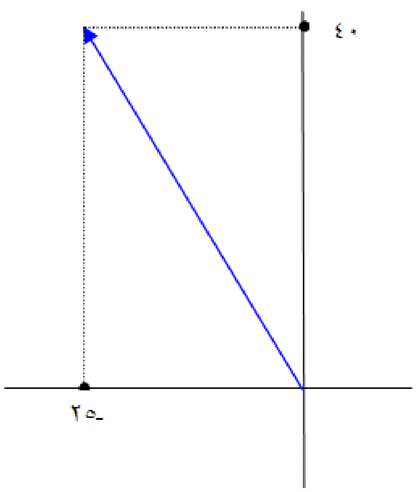
(a) A + B, (b) A - B.



$\left|\vec{A}+\vec{B}\right| = 5$ $\qquad$ $\left|\vec{A}-\vec{B}\right| = 5$

$\theta = -53^{\circ}$ $\qquad$ $\theta = 53^{\circ}$

[12] A vector has x component of -25 units and a y component of 40 units. Find the magnitude and direction of this vector.



السؤال نقوم برسم المتجه من معطيات

A = -25i + 40j

$$A = \sqrt{(25)^2 + (40)^2} = 47\,unit$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{40}{25} = -58^{o}$$

with respect to the negative x-axis

[13] Find the magnitude and direction of the resultant of three displacements having components (3,2) m, (-5, 3) m and (6, 1) m.

نحول كل نقطة من النقاط الثلاثة في السؤال إلى الصورة المتجهة كما يلي:

A = 3i + 2j

B = -5i + 3j

C = 6i + j

نوجد المحصلة بالجمع الإتجاهي

A + B + C = 4i + 6j

[14] Two vector are given by A = 6*i* –4*j* and B = -2*i*+5*j*. Calculate (a) A+B, (b) A-B, |A+B|, (d) |A-B|, (e) the direction of A+B and A-B

[15] Obtain expressions for the position vectors with polar coordinates (a) 12.8m, 150^o; (b) 3.3cm, 60^o; (c) 22cm, 215^o

(a) 12.8m, 150^o

x = r cos θ = 12.8 cos 150 = -11.1m

y = r sin θ = 12.8 sin 150 = -17.5 m

A = -11.1i – 17.5j

استخدم نفس الطريقة لباقي النقاط لإيجاد متجه الموضع

[16] Find the x and y components of the vector A and B shown in Figure 1.17. Derive an expression for the resultant vector A+B in unit vector notation.

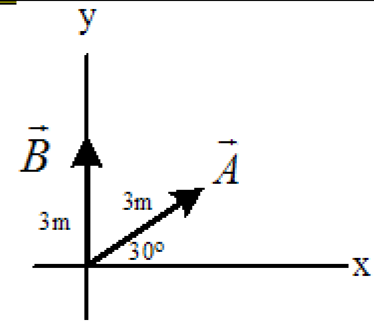


Figure 1.17

For vector A we have

$A_x = A \cos\theta = 3 \cos 30 = 2.6$ m

$A_y = A \sin\theta = 3 \sin 30 = 1.5$ m

In unit vector notation

A = 2.6i + 1.5J

For vector B we have

$B_x = 0$

In unit vector notation **$B_y = 3$ m**

B = 0 + 3j

therefore

A + B = 2.6i + 4.5J

[17] A vector A has a magnitude of 35 units and makes an angle of 37^o with the positive *x* axis. Describe (a) a vector B that is in the direction opposite A and is one fifth the size of A, and (b) a vector C that when added to A will produce a vector twice as long as A pointing in the negative y direction

(a) the vector B is equal to -1/5 A

$A = A_x i + A_y j$

A = 28i + 21j

B = -5.6i - 4.2j

(b) The vector C + A = R

R = twice as long as A pointing in the negative y direction

Magnitude of A is equal to 35

R = 2*35 = 70 units

R = -70j

C = R - A

therefore

C = -70j - 28i - 21j = -28i -91j

[18] Find the magnitude and direction of a displacement vector having *x* and *y* components of -5m and 3m, respectively

In unit vector notation

A = -5i + 3J

The magnitude is

$$A = \sqrt{25+9} = 5.8\,\mathrm{m}$$

The direction

$$\theta = \tan^{-1}\frac{3}{-5} = -30^{\circ}$$

with respect to the negative x-axis

[19] Three vectors are given by A=6i, B=9*j*, and C=(-3*i*+4*j*). (a) Find the magnitude and direction of the resultant vector. (b) What vector must be added to these three to make the resultant vector zero?

A=6i, , B=9j , C=(-3i+4j)

The resultant vector is A + B + C = 3i + 13j

The Magnitude of the resultant vector is 13.34 units

The direction is 77^{o} with respect to the positive x-axis

(b) The vector must be added to these three to make the resultant vector zero is

-3i - 13j

[20] A particle moves from a point in the *xy* plane having cartesian coordinates (-3.00, -5.00) m to a point with coordinates (-1.00, 8.00) m. (a) Write vector expressions for the position vectors in unit-vector form for these two points. (b) What is the displacement vector?

The vector position for the first point (-3,-5)m is

A = -3i -5j

The vector position for the first point (-1,8)m is

B = -i + 8j

(b) The displacement vector is

B - A = 2i +3j

[21] Two vectors are given by A= 4i+3j and B= -i+3j. Find (a) A.B and (b) the angle between A and B.

(a)

$$A.B = A_xB_x+A_yB_y$$

$$A.B = -4 + 9 = 5 \text{ units}$$

(b) $A.B = A_xB_x+A_yB_y$

$$A.B = -4 + 9 = 5 \text{ units}$$

(b)

$\cos\theta = A.B/AB = 1/3.16$ -------- $\theta = 71.6^o$

[22] A vector is given by A= -2i+3j. Find (a) the magnitude of A and (b) the angle that A makes with the positive *y* axis.

(a) the magnitude of A = 3.6 unit

(b)

نرسم المتجه المقصود بالسؤال ونحدد الزاوية المحصورة بينه وبين المحور y الموجب وعندها يكون

$\cos\theta = 3/3.6$, $\theta = 33.5^o$

[23] Vector A has a magnitude of 5 units, and B has a magnitude of 9 units. The two vectors make an angle of 50^o with each other. Find A.B

$$A.B = A\,B\cos\theta$$

$$A.B = 5 \times 9 \cos 50^o = 28.9 \text{ unit}$$

[24] For the three vectors A=3i+j-k, B= -i+2j+5k, and C= 2j-3k, find C.(A-B)

A - B = 4i -j -6k
C = 2j - 3k

C.(A-B) = 0 -2 + 16 = 14 unit

[25] The scalar product of vectors A and B is 6 units. The magnitude of each vector is 4 units. Find the angle between the vectors

A.B = 6 units , A = B = 4 units , cos θ = 6/16 , θ = 67.9^o

Chapter 2

Mechanics: Kinematics

Description of Motion

1) An athlete swims the length of a 50-m pool in 20 s and makes the return trip to the starting position in 22 s. Determine his average velocity in (a) the first half of the swim, (b) the second half of the swim, and (c) the round trip. (2) A particle moves along the x axis according to the equation $x = 2t + 3t^2$, where x is in meters and t is in seconds. Calculate the instantaneous velocity and instantaneous acceleration at $t = 3.0$ s. 3) When struck by a club, a golf ball initially at rest acquires a speed of 31.0 m/s. If the ball is in contact with the club for 1.17 ms, what is the magnitude of the average acceleration of the ball?

We have
$v_o = 0$
$v = 31$m/s

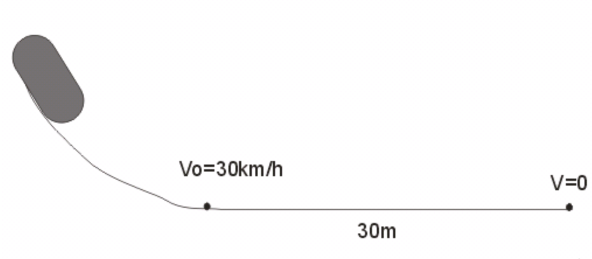
$t = 1.17\ ms = 1.17 \times 10^{-3}\ s$

$a = ??$

from equation (2.11) page 50 we can find the average acceleration

$a = 26500\ m/s^2$

(4) A railroad car is released from a locomotive on an incline. When the car reaches the bottom of the incline, it has a speed of 30 km/h, at which point it passes through a retarder track that slows it down. If the retarder track is 30 m long, what negative acceleration must it produce to stop the car?



We have

$v_o = 30\ km/h = 30*1000/3600 = 8.3\ m/s$

$v = 0$

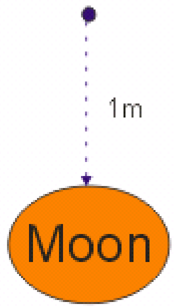
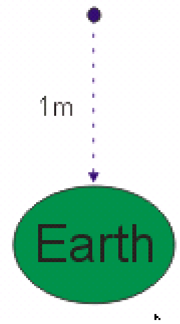
$x\text{-}x_o = 30\ m$

$a = ??$

from equation (2.16) page 51 we can find the average acceleration

$a = -\ 1.15\ m$

(5) An astronaut standing on the moon drops a hammer, letting it fall 1.00 m to the surface. The lunar gravity produces a constant acceleration of magnitude 1.62 m/s2. Upon returning to Earth, the astronaut again drops the hammer, letting it fall to the ground from a height of 1.00 m with an acceleration of 9.80 m/s2. Compare the times of fall in the two situations.

 We have $v_o = 0$ $v = ??$ $x - x_o = 1$ m $a = 1.62$ m/s^2 from equation (2.16) page 51 we can find the average velocity $v_{moon} = 1.8$ m/s	 We have $v_o = 0$ $v = ??$ $x - x_o = 1$ m $a = 9.8$ m/s^2 from equation (2.16) page 51 we can find the average velocity $v_{earth} = 3.13$ m/s