تصميم منطقي (المحاضرة الثانية)

العمليات الرياضية بالنظام الثنائى Binary Arithmetic

١ - عملية الجمع Addition

وتتم هذه العملية بنفس الطريقة التي تجمع بها الإعداد العشرية ولكن في هذا النظام لدينا فقط (0 ,1)

						Sum	Carry
	0	+	0	=		0	0
	0	+	1	=		1	0
	1	+	0	=		1	0
	1	+	1	=		0	1
1+	1	+	1	=		1	1

Example 1:-

```
    1  1  0  0  1
 +  1  1  1  1  1
 ----------------
 1  1  1  0  0  0
```

٢ - عملية الطرح Subtraction

				Diff	Barrow
0	-	0	=	0	0
0	-	1	=	1	1
1	-	0	=	1	0
1	-	1	=	0	0

Example 2:-

```
   1  1  1
-  1  0  1
 ---------
   0  1  0
```

Example 3:-

```
   1  1  1  0
-  1  1  0  1
 ------------
   0  0  0  1
```

Example 4:-

```
   1  0  0  0
-  0  0  0  1
 ------------
   0  1  1  1
```

٣ - عملية الضرب Multiplication

```
0 * 0 = 0
0 * 1 = 0
1 * 0 = 0
1 * 1 = 1
```

Example 5:- Multiply (101.1)*(11.01) =(10001.111)

```
            1 0 1 1
          * 1 1 0 1
            1 0 1 1
          0 0 0 0
        1 0 1 1
  +   1 0 1 1
  ---------------
    1 0 0 0 1 1 1 1
```

٤- عملية القسمة Division

$$0 \div 0 = 0$$
$$0 \div 1 = 0$$
$$1 \div 0 = \infty$$
$$1 \div 1 = 1$$

***Example 6*:-** Divide (10001) ÷ (10)

```
        1 0 0 0 . 1
      -------------
 10 | 1 0 0 0 0
      1 0
      -------------
      0 0 0 0 1 0
              1 0
      -------------
              0 0
```

العمليات الرياضية في النظام الثماني Octal Arithmetic:-

١- الجمع في النظام الثماني

***Example 7*:-**

```
      7 4
  +   6 3
  -------
    1 5 7
```

***Example 8*:-**

```
      7 3
  +   5 6
  -------
    1 5 1
```

٢- الطرح في النظام الثماني

***Example 9*:-**

```
    4 6 5
  - 3 7 7
  -------
    0 6 6
```

***Example 10*:-**

```
    5 5
  - 4 7
  -----
    0 6
```

العمليات الرياضية في النظام السادس عشر Hexadecimal Arithmetic:-

١- الجمع في النظام السادس عشر

***Example11*:-**

```
      E 3 8
  +   7 A 9
  ---------
    1 5 E 1
```

***Example 12*:-**

```
      F 6 B
  +   2 7 5
  ---------
    1 1 E 0
```

***Example 13*:-**

```
      F F
  +   B A
  -------
    1 A 9
```

٢ - الطرح في النظام السادس عشر

Example14:-

$$\begin{array}{r} B\ 7 \\ -\ A\ 6 \\ \hline 1\ 1 \end{array}$$

Example 15:-

$$\begin{array}{r} C\ 3 \\ -\ A\ 6 \\ \hline 1\ D \end{array}$$

Example 16:-

$$\begin{array}{r} 8\ A \\ -\ 6\ E \\ \hline 1\ C \end{array}$$

Binary Coding الاكواد الثنائية

1- ***Binary Coded Decimal (BCD)***

0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

Example 17:- Convert $(32\ .\ 48)_{10} \longrightarrow (00110010.01001000)_{BCD}$

Example 18:- Convert $(01110001\ .00011000)_{BCD} \longrightarrow (71.08)_{10}$

ملاحظة :- للتحويل من نظام BCD الى النظام الثنائي نبدأ بالتحويل الى النظام العشري ومن ثم نحول العشري الى الثنائي .

Example 19:- Convert $(00110000011\ .0101)_{BCD} \longrightarrow (10110111.1)_2$

نحوله الى النظام العشري فيكون الرقم الناتج هو $(183.5)_{10}$ ونحول الناتج الى النظام الثنائي بطريقة التحليل

2	183	1
2	91	1
2	45	1
2	22	0
2	11	1
2	5	1
2	2	0
2	1	1
2	0	

$.5 \times 2 \qquad 1.0$

فيكون الناتج (10110111.1)

Example 20:- Convert $(10001010.101)_2 \longrightarrow (\quad)_{BCD}$

في هذا المثال تكون العملية معاكسة للمثال السابق حيث نحول الرقم من النظام الثنائي الى العشري ومن ثم الى نظام ال BCD

$$= 1\times2^7 + 0\times2^3 + 1\times2^1 + 1\times2^0 . 1\times2^{-1} + 1\times2^{-3}$$
$$=128 + 8+ 2 \quad .0.5 \quad + 0 .125$$
$$=138.625$$

فيكون الناتج الرقم بالنظام العشري $(138.625)_{10}$ حيث نحول الناتج الى النظام ال BCD

$$(000100111000.011000100101)_{BCD}$$

2- Excess -3

وهو الكود (BCD + 3)

اي بمعنى نفس الكود (BCD) ويضاف له (3)

Example 21:- Convert $(0100.0000)_{BCD} \longrightarrow (0111.0011)_{XS3}$

BCD	0100.0000
	0011.0011
XS3	0111.0011

Example 22:- Convert $(62)_{10} \longrightarrow (10010101)_{XS3}$

Decimal	6 2
	+ 3 3
	9 5
XS3	10010101

أو بطريقة أخرى

Decimal	6 2
	01100010
+	00110011
XS3	10010101

وللتحويل من XS3 الى Decimal

Example 23:- Convert $(10001100)_{XS3} \longrightarrow (59)_{10}$

XS3	10001100
-	00110011
	01011001
Decimal	5 9

3- Gray

للتحويل من الكود الثنائي Binary الى الكود Gray الرقم الأول يبقى نفسه والرقم الثاني يأتي من حاصل جمع الرقم الأول مع الثاني والرقم الثالث يأتي من حاصل جمع الثاني والثالث وهكذا....

Example 24:- Convert $(10110)_{Binary} \rightarrow (11101)_{Gray}$

$$\begin{array}{ccccccl} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & & \longleftarrow \text{Binary} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & & \longleftarrow \text{Gray} \end{array}$$

وللتحويل المعاكس اي من الكود Gray الى الثنائي Binary الرقم الأول يبقى نفسه والرقم الثاني يأتي من حاصل جمع ناتج الأول مع الرقم الثاني والرقم الثالث يأتي من حاصل جمع ناتج الثاني مع الرقم الثالث وهكذا..

Example 25:- Convert $(011011)_{Gray} \rightarrow (010010)_{Binary}$

$$\begin{array}{ccccccl} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & \longleftarrow \text{Gray} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & \longleftarrow \text{Binary} \end{array}$$

Example 26:- Convert $(10110011)_{Gray} \rightarrow (\qquad\qquad)_{XS3}$

Subtraction Using Complement الطرح باستخدام المتممات

في الأجهزة الثنائية الأرقام السالبة تمثل بصيغة التتميم لذا لإ فان عملية الطرح تبدل باستخدام عملية الجمع

For Decimal System الأنظمة العشرية

1- 10 'S Complement المتمم العاشر
2- 9 'S Complement المتمم التاسع

For Binary System الأنظمة الثنائية

1- 2 'S Complement المتمم الثاني
2- 1 'S Complement المتمم الأول

1- 10 'S Complement المتمم العاشر

توجد حالتان وهما :-

الحالة الأولى :- اذا كان الرقم المطوح اقل من المطروح منه فتكون الخطوات :-

١- نقلب العملية الى جمع
٢- نأخذ المتمم العاشر للرقم المطروح
٣- يهمل الواحد الظاهر في أقصى يسار الناتج والباقي يكون ناتج الطرح

Example 27 :- (89 - 23)

		89	
	+	77	المتمم العاشر
يهمل الواحد		1 66	

الحالة الثانية :- اذا كان الرقم المطروح اكبر من المطروح منه فتكون الخطوات

١- نأخذ المتمم العاشر للرقم المطروح ونقلب العملية الى جمع
٢- نأخذ المتمم العاشر لناتج الجمع
٣- نغير إشارة الرقم الناتج الى (سالب)

4- ***Example 28:-*** (49 - 62)

		49	
	+	38	المتمم العاشر
-13 المتمم هو		87	

1- 9 'S Complement **المتمم العاشر**

توجد حالتان أيضا وهما :-

الحالة الأولى :- اذا كان الرقم المطوح اقل من المطروح منه فتكون الخطوات :-

١- المتمم التاسع للرقم المطروح ونقلب العملية الى جمع
٢- نضيف الرقم (١) الى ناتج الجمع
٣- يهمل الواحد الظاهر في أقصى يسار الناتج والباقي يكون ناتج الطرح

Example 29 :- (79 - 13)

		79	
	+	86	المتمم التاسع
		1 65	
		1	+
يهمل الواحد		1 66	

الحالة الثانية :- اذا كان الرقم المطروح اكبر من المطروح منه فتكون الخطوات

١- نأخذ المتمم التاسع للرقم المطروح ونقلب العملية الى جمع
٢- نأخذ المتمم التاسع لناتج الجمع
٣- نغير إشارة الرقم الناتج الى (سالب)

Example 30 :- (54 - 81)

		54	
	+	18	المتمم التاسع
-27 المتمم هو		72	

General Form of Complement ***الصيغة العامة لإيجاد المتممات***

1- A- For 10 'S Complement $r^n - N$

حيث (n) يمثل عدد المراتب للعدد(r) أساس النظام و (N) يمثل الرقم المطلوب إيجاد متممه

Example 31:- find the 10'S complement for the following number:-

(23) $10^2 - 23 = 77$

(52520) $10^5 - 52520 = 100000 - 52520 = 47480$

(25.639) $10^2 - 25.639 = 100 - 25.639 = 74.361$

(0.23) $10^0 - 0.23 = 1 - 23 = 0.77$

1- B- For 2 'S Complement $r^n - N$

Example 32:- find the 2'S complement for the following number:-

(10110) $2^6 - 10110 = 64 - 10110 = 1000000 - 10110 = 0010100$

(0.0110) $2^0 - 0.0110 = 1 - 0.0110 = 0.1010$

2- A- For 9 'S Complement $r^n - r^{-m} - N$ for (r–1) Complement

حيث (n) يمثل عدد مراتب العدد قبل الفارزة (m) يمثل عدد مراتب العدد بعد الفارزة (r)أساس النظام و (N) يمثل الرقم المطلوب إيجاد متممه

Example 33:- find the 9'S complement for the following numbers:-

(25.639) $10^2 - 10^{-3} - 25.639 = 100 - 0.001 - 25.639 = 74.360$

(0.3264) $10^0 - 10^{-4} - 0.3264 = 1 - 0.0001 - 0.3264 = 0.6735$

2- B- For 1 'S Complement $r^n - r^{-m} - N$

Example 34:- find the 1'S complement for the following number:-

(0.0110) $2^0 - 2^{-4} - 0.0110 = 1 - \frac{1}{16} - 0.0110$

$= 1 - 0.0001 - 0.0110 = 0.1111 - 0.0110 = 0.1001$

For Binary Number Complement Only طريقة خاصة لإيجاد المتمم فقط للأرقام الثنائية

ويمكن الحصول على المتمم الاول بقلب كل (1) الى (0) وكل (0) الى (1)

Example 35:- 1011 الرقم الثنائي 0100 المتمم الأول

ويمكن الحصول على المتمم الثاني بإضافة الرقم (1) الى ناتج المتمم الأول 0100 +1 = 0101 المتمم الثاني.

الطرح باستخدام الصيغة العامة لإيجاد المتممات

Subtraction Using General Form of Complement

1- For 10 'S Complement

<u>الحالة الأولى :-</u> الرقم المطروح اصغر من المطروح منه

Example 36:- Subtract (51 – 13) Using General Form of Complement

$r^n - N = 10^2 - 13 = 87$

$$\begin{array}{r} 51 \\ +\ 87 \\ \hline 1\,38 \end{array}$$

المتمم العاشر

يهمل الواحد

<u>الحالة الثانية :-</u> الرقم المطروح اكبر من المطروح منه

Example 37:- Subtract (320 – 510) Using General Form of Complement

$r^n - N = 10^3 - 510 = 490$

$$\begin{array}{r} 320 \\ +\ 490 \\ \hline 810 \end{array}$$

المتمم العاشر

ثم نجد المتمم لناتج الجمع

$r^n - N = 10^3 - 810 = 190$

ثم نغير إشارة الرقم الناتج الى سالب اي يكون -190

2- For 2 'S Complement

<u>الحالة الأولى</u> :- الرقم المطروح اصغر من المطروح منه

Example 38:- Subtract (1010100 – 1000100) Using 2'S Complement .

	1000100		
المتمم الاول	0111011		
+	1	نضيف واحد	
المتمم الثاني	0111100		
			ثم نقلب العملية الى جمع
	1010100		
+	0111100		
	1 0010000		

ثم نهمل الواحد (1) الظاهر في أقصى يسار الناتج فيكون الناتج 0010000

الحالة الثانية :- الرقم المطروح اكبر من المطروح منه

Example 39:- Subtract (1000100 - 1010100) Using 2'S Complement

	1010100		
المتمم الاول	0101011		
+	1	نضيف واحد	
المتمم الثاني	0101100		
			ثم نقلب العملية الى جمع
	1000100		
+	0101100		
	1110000		

ثم نجد المتمم الثاني لناتج الجمع

	1110000
المتمم الاول	0001111
+	1
المتمم الثاني	0010000

ثم نغير إشارة الرقم الناتج الى سالب اي يكون 0010000 -

3- For 9 'S Complement

<u>الحالة الاولى :-</u> الرقم المطروح اصغر من المطروح منه

Example 40:- Subtract (510 – 320) Using General Form of 9'S Complement

$$r^n - r^{-m} - N = 10^3 - 10^0 - 320 = 679$$

	510	
+	679	المتمم العاشر
يهمل الواحد	1189	

ثم نضيف الرقم (1) للناتج و نهمل الرقم (1) الظاهر في أقصى يسار الناتج

	1189
+	1
يهمل الواحد	1 190

الحالة الثانية:- الرقم المطروح اكبر من المطروح منه

Example 41:- Subtract (320 – 510) Using General Form of 9'S Complement

$$r^n - r^{-m} - N = 10^3 - 10^0 - 510 = 489$$

$$\begin{array}{r} 320 \\ +\ 489 \\ \hline 809 \end{array}$$ المتمم العاشر

ثم نجد المتمم التاسع لناتج الجمع

$$r^n - r^{-m} - N = 10^3 - 10^0 - 809 = 190$$

ثم نغير إشارة الرقم الناتج الى سالب اي يكون 190–

4- For 1 'S Complement

الحالة الأولى :- الرقم المطروح اصغر من المطروح منه

Example 42:- Subtract (1010100 – 1000100) Using 1'S Complement .

المتمم الاول

$$\begin{array}{r} 1000100 \\ 0111011 \end{array}$$

ثم نقلب العملية الى جمع

$$\begin{array}{r} 1010100 \\ +\ 0111011 \\ \hline 10001111 \end{array}$$

ثم نضيف واحد الى الناتج

$$\begin{array}{r} 10001111 \\ 1 \\ \hline 10010000 \end{array}$$

ثم نهمل الواحد (1) الظاهر في أقصى يسار الناتج فيكون الناتج 0010000

الحالة الثانية :- الرقم المطروح اكبر من المطروح منه

Example 43:- Subtract (1000100 - 1010100) Using 1'S Complement

المتمم الاول

$$\begin{array}{r} 1010100 \\ 0101011 \end{array}$$

ثم نقلب العملية الى جمع

$$\begin{array}{r} 1000100 \\ +\ 0101011 \\ \hline 1101111 \end{array}$$

ثم نجد المتمم الأول لناتج الجمع ثم نغير إشارة الرقم الناتج الى سالب اي يكون

$$\begin{array}{r} 1101111 \\ -\ 0010000 \end{array}$$