المحاضرة الاولى:

فى الرياضيات، يطلق أسم المعادلات التفاضلية على المعادلات التى تحتوى مشتقات وتفاضلات لبعض الدوال الرياضية وتظهر فيها بشكل متغيرات المعادلة، ويكون الهدف من حل هذه المعادلات هو إيجاد هذه الدوال الرياضية التي تحقق مشتقاتها هذه المعادلات. تبرز المعادلات التفاضلية بشكل كبير في تطبيقات الهندسية والكهربائية بشكل خاص، حتى النماذج الرياضية المتعلقة بالعمليات الحيوية و الإجتماعية و الإقتصادية .

تعاريف ومفاهيم :

أولاً : المعادلة التفاضلية :- Differential Equation

هي علاقة بين المتغير التابع والمتغير (المتغيرات) المستقل (المستقلة) تدخل فيها المشتقات أو التفاضلات وتسمى المعادلة التفاضلية عادية (Ordinary) إذا كان المتغير التابع دالة في متغير مستقل واحد وبالتالي لا تحتوي إلا على مشتقات عادية .

امثلة :

ليكن x المتغير المستقل و y المتغير التابع ؛ فالعلاقات التالية تمثل معادلات تفاضلية عادية :-

(1) $$\frac{dy}{dx} + y = 3x^2$$

(2) $$x\frac{d^3y}{dx^3} + (2\sin x)\frac{d^2y}{dx^2}\frac{dy}{dx} = (3-x^2)y$$

المحاضرة الاولى:

$$\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{1}{x}\frac{dy}{dx}+y=o \qquad \textbf{(3)}$$

$$(x-y)dx+(x+y)dy=O \qquad \textbf{(4)}$$

ملاحظة:

سوف نستخدم هذا الرمز (′) تللدلالة على المشتقة وكما يلي :

المشتقة الأولى للمتغير y بالنسبة إلى x هي $y'=\dfrac{dy}{dx}$

المشتقة الثانية تكتب على الصورة $y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$

المشتقة الثالثة تكتب على الصورة $y'''=\dfrac{d^3y}{dx^3}$

وهكذا والمشتقة لــ n من المرات تكتب بالصورة التالية:

$$y^{(n)}=\frac{d^ny}{dx^n}$$

المحاضرة الاولى:

ثانياً : المعادلة التفاضلية الجزئية (Partial) :-

هي معادلة تفاضلية فيها المتغير التابع داله لأكثر من متغير مستقل أي تظــهر فيها المشتقات الجزئية .

أمثلـــة -2-

ليكن U المتغير التابع و z, y, x المتغيرات المستقلة ؛ فالعلاقات التالية هـ معادلات تفاضلية جزئية :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + 3\frac{\partial U}{\partial y} = O \qquad (5)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = f(x, y, z) \qquad (6)$$

$$x^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + 3y\frac{\partial U}{\partial x} + (x - y^2)U = o \qquad (7)$$

ثالثاً : مرتبة المعادلة التفاضلية (order) :

إذا كانت المشتقة النونية $y^{(n)}$ هي أعلى مشتقة تظهر بالمعادلة التفاضليـــة العادية قيل أن هذه المعادلة من المرتبة n (order تتحدد مرتبة المعادلة التفاضليـــة بأعلى مشتقة داخلة فيها .

مثال:

- المعادلة التفاضلية (1) هي معادلة تفاضلية عادية من المرتبة الأولى.
- المعادلة التفاضلية (2) هي معادلة تفاضلية عادية من المرتبة الثالثة .
- المعادلة التفاضلية (3) هي من المرتبة الثانية .
- المعادلة التفاضلية (4) هي من المرتبة الأولى لاحتوائها على التفاعلات dy , dx .

رابعا : درجة المعادلة التفاضلية (Degree) :

هي الأس المرفوع إليها أعلى مشتقة تظهر بالمعادلة التفاضلية ، وقبل تحديد درجة المعادلة يجب وضعها على صورة قياسية وصحيحة من حيث المشتقات .

- المعادلة (1) هي معادلة تفاضلية عادية من المرتبة الأولى ومن الدرجة الأولى.

- المعادلة (2) هي معادلة تفاضلية عادية من المرتبة الثالثة ومن الدرجة الأولى.

- المعادلة :

$$(\frac{d^2y}{dx^2})^3 + x(\frac{dy}{dx}) + x^2y^3 = e^x \sin x \qquad \textbf{(8)}$$

هي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية ومن الدرجة الثالثة .

- المعادلة :

$$\left[1 + (\frac{dy}{dx})^2\right]^{\frac{1}{2}} + 3\frac{d^2y}{dx^2} + xy = o \qquad \textbf{(9)}$$

قبل تحديد درجة هذه المعادلة يجب وضعها على صورة خالية من الجذور

المحاضرة الاولى:

قبل تحديد درجة هذه المعادلة يجب وضعها على صورة خالية من الجذور

أي :
$$1 + (\frac{dy}{dx})^2 = (3\frac{d^2y}{dx^2} + xy)^2$$

أو
$$9(\frac{d^2y}{dx^2})^2 + 6xy\frac{d^2y}{dx^2} - (\frac{dy}{dx})^2 + x^2y^2 - 1 = o$$

وهذه معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية ومن الدرجة الثانية .