جامعة ديالى
كلية التربية الاساسية
قسم الحاسبات

محاضرات
في
بحوث
العمليات

المرحلة الثالثة

٢٠١٥

الوحدة الأولى

مقدمة في
علم بحوث العمليات

الوحدة الأولى

تعريف علم بحوث العمليات

التعريف العام

هو عَلم وفن يهتم بالبحث عن أفضل الحلول الواجب إقرارها لحل مشكلة معينة وتحت ظروف معينة وذلك باستخدام طرق رياضية لمعالجة العوامل المؤثرة على الحل وتحليلها من أجل إعطاء الفرصة للمختصين باتخاذ القرار المناسب.

تعريف جمعية بحوث العمليات البريطانية:

هو استخدام الأساليب العلمية لحل المشاكل المُعقدة بإدارة الأنظمة الكبيرة من المعدات والمواد الأولية والقوى العاملة والأموال والأمور الخدمية الأخرى في المؤسسات والمصانع العسكرية والمدنية.

تعريف جمعية بحوث العمليات الأمريكية

هو علم يهتم باتخاذ القرارات العلمية لتصميم ووضع أنظمة المعدات والقوى العاملة وفقاً لشروط معينة تتطلب تخصيص المواد المحدودة بشكل أمثل.

النواحي الأساسية (العناصر المشتركة) للتعاريف السابقة:

1- استخدام الطريقة العلمية كأساس ومنهج في البحث والدراسة.

2- أن جوهر بحوث العمليات هو بناء النماذج والاعتماد عليها.

3- الهدف من بحوث العمليات هو مساعدة الإدارة في اتخاذ القرارات المتعلقة بالمشكلات الإدارية الصعبة والمعقدة.

عناصر مشكلة اتخاذ القرارات:

1- الهدف (Objective):

هو النتيجة النهائية التي يجب الوصول إليها وذلك من خلال تنفيذ بعض الإجراءات على المتغيرات الداخلة والمؤثرة على المشكلة كأن يكون الهدف الحصول على أعلى فائدة (الربح) من جرّاء إنتاج بعض المواد، أو الحصول على أقل تكلفة في إنتاج مواد أو توزيعها.

2- المتغيرات (Variable):

هي مجموعة العناصر التي تفرض قيوداً معينة على الحل مثل المواد الأولية الداخلة في إنتاج مادة معينة فقد تفرض هذه المواد قيوداً على الحل وذلك من خلال أسعارها وكمية توافرها وكيفية مشاركتها في إنتاج المادة.

النموذج الرياضي (البناء الرياضي):

يقصد بالنموذج الرياضي عرض الهدف والمتغيرات وذلك من خلال ربط الهدف بمجموعة من المتغيرات بحيث يتم عرض هذا الهدف على شكل اقتران (دالة) لمجموعة من المتغيرات أما المتغيرات فتطبق عليها القيود اللازمة وذلك باستخدام العلاقات الرياضية الآتية:

$\geq$ ، $\leq$ ، $=$

والشكل التالي يبين نموذج للبناء الرياضي:

Optize $\quad z = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$

Subject to (S.t) نسبة إلى ...

$gi(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leq bi$ ، $i = 1,2,\ldots,n$

$x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0$

يتكون النموذج الرياضي من:

1- دالة الهدف: والتي تعتمد على مجموعة من المتغيرات.

2- القيود: هي مجموعة من القيم يتم فرضها على المتغيرات أو بعض المتغيرات وذلك باستخدام العلاقات الرياضية.

الحل الأمثل (Optimum):

يقصد بالحل الأمثل أفضل قيمة يجب أن تأخذها قيمة دالة الهدف وذلك اعتماداً على القيود المفروضة على المتغيرات، إضافة إلى عوامل المتغيرات في دالة الهدف. وقد تأخذ أحد أفضل الشكلين التاليين:

1- التعظيم (Maximization):

إيجاد أعلى قيمة لدالة الهدف (مثل تحديد ربح في إنتاج مادة معينة).

2- التقليل (Minimization)

إيجاد أقل قيمة لدالة الهدف (مثل تحديد أقل تكلفة لنقل مادة معينة).

عوامل دالة الهدف:

أ) قيمة المتغيرات الداخلة في دالة الهدف.

ب) عوامل المتغيرات، حيث تكون الدالة طردية إذا كانت العوامل موجبة، وعكسية إذا كانت العوامل سالبة.

المتغير ⟵ $a\chi$ ⟶ عامل المتغير

التطور التاريخي لعلم بحوث العمليات (حيث مر هذا العلم بمرحلتين):

أ- بدأت هذه المرحلة في بداية الحرب العالمية الثانية حوالي عام 1940في بريطانيا حيث استدعت الحكومة البريطانية مجموعة من الخبراء لغرض دراسة المشاكل الاستراتيجية والتكتيكية التي واجهت بريطانيا، وخاصة في مجال الدفاع عن الجزر البريطانية، وقد وضع هدف استخدام الموارد البشرية والمادية بشكل أفضل لإنتاج معدات وأجهزة دفاعية في أسرع وقت ممكن وكنتيجة للتقدم الذي أحرزته المجموعة البريطانية قامت السلطات الأمريكية بتكوين فريق خاص لمعالجة بعض المشاكل المعقدة كمشكلة نقل المعدات والمواد المختلفة وتوزيعها على الوحدات العسكرية المنتشرة في أنحاء العالم وقامت الحكومة الكندية بتكوين من يعد إنتاج بعض المعدات العسكرية وذلك من خلال الاستخدام الأمثل للموارد المتوفرة.

ب-بعد انتهاء الحرب العالمية الثانية، حيث استخدم في المجالات المدنية نظراً لـــ:

1- زيادة الإنتاج في السلع.

2- إيجاد أفضل الطرق لإنتاج السلع.

3- إيجاد أقل التكاليف في إنتاج السلع.

4- توزيع السلع بشكل أمثل.

عناصر النهج العلمي:

أ- دراسة وتحليل المشكلة: وذلك من خلال تحديد الهدف وطريقة الوصول إليه.

ب-اختيار النموذج الرياضي: وذلك بتمثيل المشكلة لمجموعة من المعادلات الرياضية ودراسة تأثير العوامل والمتغيرات على المشكلة.

ج- الحصول على الحل: وذلك باستخدام بعض الطرق الرياضية.

د- تحديد الشروط الواجب توفرها وتحديد نقاط الضعف الموجودة فيها والناتجة عن الافتراضات.

هـ- تعميم النموذج الرياضي على المستخدمين.

فوائد علم بحوث العمليات لأصحاب القرار:

1- طرح البدائل لحل المشكلة.

2- إعطاء صورة عن العالم الخارجي وتأثيره على حل المشكلة.

3- صياغة الأهداف ومدى تأثير هذه الأهداف بكافة العوامل والمتغيرات وسهولة المعالجة رياضياً للحصول على كميات رقمية يسهل تحليلها.

أهم مجالات علم بحوث العمليات:

1- في مجالات الإدارة.

2- في مجال الإنتاج والتصنيع.

3- في مجالات النقل والتوزيع.

4- التعيين والتخصيص.

5- في مجالات التخطيط وشبكة الأعمال.

العوامل التي ساعدت على تطور علم بحوث العمليات:

1- الرّواج (الانتعاش) الاقتصادي.

2- ظهور الحاسب الإلكتروني.

3- استمرار كثير من الباحثين في بحوثهم.

الوحدة الثانية

البرمجة الخطية
Liner Programming

الوحدة الثانية

البرمجة الخطية Liner Programming

البرمجة الخطية:

هي أداة بيانية ورياضية تهتم ببناء النماذج الرياضية لمشكلة من المشاكل بإحدى الطرق الآتية:

أ- طريقة الخطوط البيانية.

ب-الطريقة المبسطة.

ج- طريقة النقل والتوزيع.

د- طريقة التعيين والتخصيص.

هـ- طريقة شبكة الأعمال.

صياغة نموذج البرمجة الخطية:

1- تحديد الهدف والمتغيرات والعوامل المؤثرة على الهدف.

2- وضع القيود وعرضها على شكل معادلات يمكن حلها.

3- تعدد القيود يؤدي إلى تعدد البدائل.

4- العلاقة التي تربط بين المتغيرات هي علاقة خطية.

مثال:

شركة تنتج مادة ما تتكون من المادة X_1 والمادة X_2 وأن الكلفة X_1 هي 2JD والمادة X_2 هي 4 JD لكل وحدة واحدة وأن عدد الساعات المسموح بها للمادة X_1 هي 50 ساعة أو أقل، وعدد الساعات المسموح بها للمادة X_2 هي 100 ساعة على الأقل، وما مجموعه 200 ساعة عمل للمادتين معاً ؟

$$\text{Min } Z = 2X_1 + 4X_2$$
s.t.
$$X_1 \le 50 \ldots (1)$$
$$X_2 \ge 100 \ldots (2)$$
$$X_1 + X_2 = 200 \ldots (3)$$
$$X_1, X_2 \ge 0 \ldots$$

ملاحظات على التوزيع الرياضي:

1- الهدف هو التقليل من التكلفة.

2- Z يمثل دالة الهدف.

3- X_2,X_1 تمثل المتغيرات.

4- أسعار التكلفة تمثل معاملات دالة الهدف.

5- 1، 2، 3 هي القيود.

6- المتغيرات X_2,X_1غير سالبة.

مثال:

تنتج شركة 3 مواد بحيث تمر هذه المواد في مراحل ثلاث كما في الشكل الآتي، كما أن كمية الإنتاج لكل مادة في كل مرحلة محدد، في الشكل ومقاسة بعدد الوحدات المنتجة في الدقيقة الواحدة، حيث أن الوقت اليومي المخصص للعمليات الثلاث محدد بالقيم 430، 460، 420 دقيقة، وقد دلت الدراسات على أن الربح المتوقع من إنتاج الوحدة الواحدة من المواد الثلاث هي 3، 2، 5 دنانير، اكتب نموذج البرمجة الخطية.

المرحلة / المادة	A	B	C
X_1	1 min/unit	3 min/unit	1 min/unit
X_2	2 min/unit	–	4 min/unit
X_3	1 min/unit	2 min/unit	-

الحل:

المرحلة / المادة	A	B	C	الأرباح
X1	1 min/unit	3 min/unit	1 min/unit	3JD
X2	2 min/unit	–	4 min/unit	2JD
X3	1 min/unit	2 min/unit	-	5JD
الوقت المخصص	430	460	420	-

$$\text{Max } Z = 3X_1 + 2X_2 + 5X_3$$

S.t

$$X_1 + 2X_2 + X_3 \leq 430$$
$$3X_1 + 2X_3 \leq 460$$
$$X_1 + 4X_2 \leq 420$$
$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

مثال:

ينوي مزارع تربية 120 ألف طير وإطعامها لمدة أسبوع ومن ثم بيعها علماً بأن معدل العلف الأسبوعي للطير الواحد هو 1 باوند، ومن أجل الوصول بالطير إلى وزن معين على المزارع تحضير علف يحتوي على خلطة من المواد X_1, X_2, X_3 بحيث يتوفر في هذه المواد العناصر الغذائية الرئيسية التالي: كالسيوم، بروتين، فيتامين فإذا علمت أن المادة X_1 تحتوي في 1 باوند على 38% كالسيوم، وأن كلفة الباوند 4 قروش، وأن 1 باوند من X_2 يحتوي على 0.001 كالسيوم، 90% بروتين، 2% فيتامين، وسعر الباوند الواحد 15 قرشاً، وأن 1 باوند من X_3 يحتوي علي 0.002 كالسيوم و 0.5 بروتين و 0.08 فيتامين وسعر الباوند منها 40 قرشاً، وأن الخلطة يجب أن تحتوي على:

1- على الأقل 0.008 كالسيوم وعلى ألا تزيد عن 0.012.

2- على الأقل 22% بروتين.

3- على الأكثر 5% فيتامين.

المطلوب:

اكتب نموذج البرمجة الخطية لهذه المشكلة.

الحل:

	كالسيوم	بروتين	فيتامين	الكلفة
X_1	0.38	-	-	4 قروش
X_2	0.001	0.09	0.02	15 قرشاً
X_3	0.002	0.5	0.08	40 قرشاً
	≥ 0.008 ≤ 0.012	≥ 0.22	≤ 0.05	

$$\text{Min } Z = 4X_1 + 15X_2 + 40X_3$$

S.t

$$0.38X_1 + 0.001X_2 + 0.002X_3 \geq 0.008$$

$$0.38X_1 + 0.001X_2 + 0.002X_3 \leq 0.012$$

$$0.09X_2 + 0.5X_3 \geq 0.22$$

$$0.02X_2 + 0.08X_3 \leq 0.05$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

الثانية

طرق حل النموذج الرياضي:

1- طريقة الرسم البياني (الطريقة الهندسية):

لا تصلح هذه الطريقة إلا لمتغيرين فقط.

مثال:

مستخدماً الطريقة الهندسية أوجد الحل الأمثل:

$\therefore \quad C(1,2)$

d تقاطع الثاني مع الرابع

$$+ 2X_2 = 6 \; \ldots (2)$$
$$= 2 \qquad \ldots (4)$$

نعوض

$$\therefore \quad X_1 + 4 = 6 \qquad \longrightarrow \qquad X_1 = 2$$

$$\therefore \quad d\,(2,2)$$

e تقاطع الأول مع الثاني

$$2X_1 + X_2 = 8 \quad \ldots (1)$$
$$\text{-2)} \times \; X_1 + 2X_2 = 6 \; \ldots (2)$$

نضرب القيد الثاني في -2

$$-2X_1 - 4X_2 = -12$$
$$2X_1 + 2X_2 = 8$$

$$X_2 = +4 \longrightarrow X_2 = \frac{3}{4} = 1\frac{1}{3}$$

$$X_1 + \frac{8}{3} = 6 \longrightarrow X_1 = 6 - \frac{8}{3} = \frac{18}{3} - \frac{8}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

الزوايا	X_1	X_2	$\text{Max } z = 3X_1 + 2X_2$
a	0	0	0
b	0	1	2
c	1	2	7
d	2	2	10
e	$3\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$12\frac{2}{3}$
f	4	0	12

الحل الأمثل

$$X_1 = 3\frac{1}{3}$$

$$X_2 = 1\frac{1}{3}$$

$$\longrightarrow \text{Max } Z = 12\frac{2}{3}$$

مثال:

أوجد الحل الأمثل

$$\text{Min } Z = X_1 + 2X_2$$

S.t

$$4X_1 + X_2 \geq 4$$

$$2X_1 + 3X_2 \geq 6$$

$$X_1 \leq 2$$

$$X_2 \leq 3$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

القيد الأول $4X_1+X_2=4$

X_1	0	1
X_2	4	0

القيد الثاني $2X_1+3X_2=6$

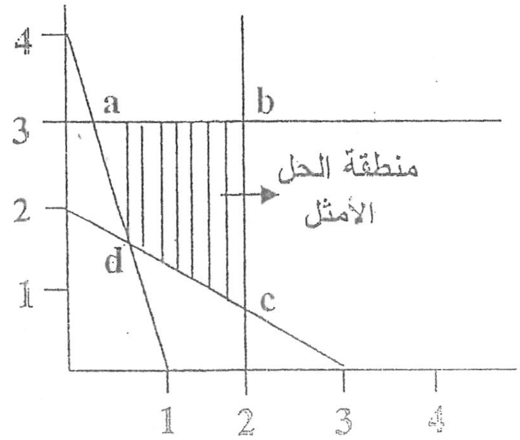
X_1	0	3
X_2	2	0

القيد الثالث $X_1= 2$

X_1	2	2
X_2	0	1

القيد الرابع $X_1= 2$

X_1	0	1
X_2	3	3



$a\,(\frac{1}{4}, 3)$

$b\,(2, 3)$

$c\,(2, \frac{2}{3})$

$d\,(\frac{3}{5}, 1\frac{3}{5})$

a تقاطع الأول مع الرابع

$$4X_1 + X_2 = 4 \xrightarrow{\text{نعوض } X_2} 4X_1 + 3 = 4 \Longrightarrow \boxed{X_1 = \frac{1}{4}}$$

$$\boxed{X_2 = 3}$$

$\therefore \quad a\left(\frac{1}{4}, 3\right)$

c تقاطع الثاني مع الثالث

$$2X_1 + 3X_2 = 6 \xrightarrow{\text{نعوض } X_1} 4 + 3X_2 = 64 \Longrightarrow \boxed{X_2 = \frac{2}{3}}$$

$$\boxed{X_1 = 2}$$

$\therefore \quad C\left(2, \frac{2}{3}\right).$

d تقاطع الأول مع الثاني

$$4X_1 + X_2 = 4 \Longrightarrow 4X_1 + X_2 = 1$$

$$(-2)\times 2X_1 + 3X_2 = 6 \Longrightarrow {}^{-}4X_1 - 6X_2 = {}^{-}12$$

نضرب القيد الثاني في 2−

$$^{+}5X_2 = {}^{+}8 \Longrightarrow X_2 = 1\frac{3}{5}$$

$$4X_1 = \frac{20}{5} - \frac{8}{5} \Longrightarrow X_1 = \frac{3}{5}$$

الزوايا	X_1	X_2	$\text{Min } z = 3X_1 + 2X_2$
a	$\frac{1}{4}$	3	$6\frac{1}{4}$
b	2	3	8
c	2	$\frac{2}{3}$	$3\frac{1}{3}$
d	$\frac{3}{5}$	$1\frac{3}{5}$	$3\frac{4}{5}$

الحل الأمثل .

$X_1 = 2$

$X_2 = \frac{2}{3}$

$\text{Min } Z = 3\frac{1}{3}$

2- طرق الحل الجبرية :

- الطريقة المبسطة:

– الطريقة المبسطة العادية:

شروط هذه الطريقة:

أ- أن تكون دالة الهدف Max .

ب- أن تكون جميع القيود الكل أقل من أو يساوي ≤ صفر.

مثال:

$$\text{Max } z = 2X_1 + 5X_2$$

S. t

$$X_1 + 2X_2 \leq 20$$

$$X_1 + X_2 \leq 12$$

$$X_1 , X_2 \geq 0$$

الحل:

خطوات العمل:

1- نحول القيود إلى مساواه وذلك بإضافة عدد موجب يسمى المتغير المهمل (slack).

القيد الأول $X_1 + 2X_2 + S_1 = 20$

القيد الثاني $X_1 + X_2 + S_2 = 12$

$$X_1, X_2, S_1, S_2 \geq 0$$

2- ننقل جميع المتغيرات إلى جهة دالة الهدف.

$$Z - 2X_1 - 3X_2 = 0$$

3- ندمج خطوة 1 مع خطوة 2 لإيجاد النموذج المعياري.

$$Z - 2X_1 - 3X_2 = 0$$
s.t
$$X_1 + 2X_2 + S_1 = 20$$
$$X_1 + X_2 + S_2 = 12$$

ملاحظة: النموذج المعياري هو النموذج الرياضي الذي يكون جميع المتغيرات في دالة الهدف إلى جهة دالة الهدف وجميع القيود في حالة المساواه.

4- نفرغ البيانات والمعلومات في جدول كما يلي:

	X_1	X_2	S_1	S_2	value V	النسبة $V \div X_2$
S_1	1	2	1	0	20	10
S_2	1	1	0	1	12	20
Z	-2	-3	0	0	0	

5- نختار أقل قيمة سالبة من معاملات دالة الهدف.

- (-3) تقع ضمن العمود للمتغير (X_2)، إذن (X_2) يسمى المتغير الداخل.
- المتغير الداخل: وهو المتغير الذي يقع ضمن عمود أقل قيمة سالبة في حالة Max وأكبر قيمة موجبة في حالة Min.
- العمود المحوري: وهو العمود الذي يقع فيه العنصر الداخل.

6- لتحديد العنصر الخارج نقسم العمود V على العمود المحوري.

7- نختار أقل قيمة موجبة من ناتج القسمة.

- إذا كان الناتج صفر أو سالب أو غير معرف فإننا لا نختارها أبداً، بل ينتهي الحل.

- القيمة 10 هي أقل قيمة موجبة والتي تقع ضمن الصف S_1 المتيغر الخارج هو S_1 .
- المتغير الخارج: هو المتغير الذي يقع في الصف الذي يكون فيها ناتج قسمة V/X_2 أقل قيمة موجبة.
- الصف المحوري: هو الصف الذي يقع فيه العنصر الخارج.
- العنصر المحوري: هي ناتج تقاطع العمود المحوري مع الصف المحوري.

8- نجعل العنصر المحوري يساوي 1 وذلك بقسمة الصف المحوري على العنصر المحوري = 2.

9- نستبدل المتغيرات الخارجة بالداخلة.

10- نجعل ما تحت العنصر المحوري (أو فوقه) يساوي صفر وذلك بضرب الصف المحوري الجديد بسالب العنصر الذي تحت العنصر المحوري (أو فوقه) ثم نجمع الصفين.

11- نكرر الخطوات السابقة حتى تصبح جميع معاملات دالة الهدف غير سالبة (موجبة أو صفر).

حلول جانبية توضح خطوات الحل:

حل الجدول الأول

① $S_1: (1 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad 20) \div 2$

$X_2: \frac{1}{2} \quad 1 \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad 10$

② $X_2: (\frac{1}{2} \quad 1 \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad 10) \times -1$

$X_2: -\frac{1}{2} \quad -1 \quad -\frac{1}{2} \quad 0 \quad -10$ +

القديمة $S_2: \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 12$

الجديدة $S_2: \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad -\frac{1}{2} \quad 1 \quad 2$

③ $X_2: (\frac{1}{2} \quad 1 \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad 10) \times 3$

$X_2: 1\frac{1}{2} \quad 3 \quad 1\frac{1}{2} \quad 0 \quad 30$ +

القديمة $Z: \quad -2 \quad -3 \quad 0 \quad 0 \quad 0$

الجديدة $Z: \quad -\frac{1}{2} \quad 0 \quad 1\frac{1}{2} \quad 0 \quad 30$

حل الجدول الثاني

① $S_2: (\frac{1}{2} \quad 0 \quad -\frac{1}{2} \quad 1 \quad 2) \times 2$

$X_1: 1 \quad 0 \quad -1 \quad 2 \quad 4$

② $X_1: (1 \quad 0 \quad -1 \quad 2 \quad 4) \times -\frac{1}{2}$

$X_1: -\frac{1}{2} \quad 0 \quad \frac{1}{2} \quad -1 \quad -2$ +

القديمة $X_2: \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad 10$

الجديدة $X_2: \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad -1 \quad 8$

③ $X_1: (1 \quad 0 \quad -1 \quad 2 \quad 4) \times \frac{1}{2}$

$X_1: \frac{1}{2} \quad 0 \quad -\frac{1}{2} \quad 1 \quad 2$

القديمة$Z: -\frac{1}{2} \quad 0 \quad 1\frac{1}{2} \quad 0 \quad 30$

الجديدة$Z: 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 32$

		X_1	X_2	S_1	S_2	value V	النسبة $V \div X_2$
	$\leftarrow S_1$	1	$\downarrow$ 2	1	0	20	$^{+}10$
	S_2	1	1	0	1	12	12
	Z	-2	-3	0	0	0	$V \div X_1$
الجدول الأول	X_2	$\downarrow \frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	10	20
	$\leftarrow S_2$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$^{+}4$
	Z	$-\frac{1}{2}$	0	$1\frac{1}{2}$	0	30	
الجدول الثاني	X_2	0	1	1	-1	8	
	X_1	1	0	-1	2	4	
	Z	0	0	1	1	32	

بما أن جميع معاملات دالة الهدف غير سالبة فإننا قد توصلنا إلى الحل الأمثل:

$X_2 = 8$
$X_1 = 4$
$Z = 32$

مثال:

أوجد الحل الأمثل للنموذج التالي:

$$\text{lax } Z = 3X_1 + 4X_2 + X_3$$

.t

$$_1 + X_2 \leq 2$$

$$_1 + 3X_3 \leq 6$$

$$X_2 \leq 1$$

$$_1, X_2, X_3 \geq 0$$

الحل:

$$-3X_1 - 4X_2 - X_3$$

.t

$$_1 + X_2 + S_1 = 2$$

$$_1 + 3X_3 + S_2 = 6$$

$$_2 + S_3 = 1$$

$$X_1, X_2, X_3, S_1, S_2, S_3 \geq 0$$

* تفريغ الجدول وإيجاد الأمثل كما في الجدول التالي:

	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	value V	العمود المحوري ÷ V
S_1	1	1	0	1	0	0	2	$2 \div 1 = 2$
S_2	1	0	3	0	1	0	6	$6 \div 0 =$ غير معرف
← S_3	0	1	0	0	0	1	1	$1 \div 1 = 1+$
Z	−3	−4	−1	0	0	0	0	
← S_1	1	0	0	1	0	1	1	$1 \div 1 = 1+$
S_2	1	0	3	0	1	0	6	$6 \div 1 = 6$
X_2	0	1	0	0	0	−1	1	$1 \div 0 =$ غير معرف
Z	−3	0	−1	0	0	4	4	
X_1	1	0	0	1	0	1	1	$1 \div 0 =$ غير معرف
← S_2	0	0	3	−1	1	−1	5	$5 \div 3 = 1\frac{1}{3}$
X_2	0	1	0	0	0	−1	1	$1 \div 0 =$ غير معرف
Z	0	0	−1	3	0	3	7	
X_1	1	0	0	1	0	−1	1	
X_2	0	0	3	−1	1	−1	$1\frac{2}{3}$	
X_3	0	1	0	0	0	1	1	
Z	0	0	0	$2\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$8\frac{2}{3}$	

الوحدة الثالثة

مشاكل النقل

الوحدة الثالثة

مشاكل النقل

هي عبارة عن نقل البضائع من المصادر الإنتاجية (المصانع والشركات... إلخ) supply إلى مراكز التسويق Demand (المخازن والمحلات التجارية) بأقل كلفة ممكنة.

النموذج العام لمشكلة النقل:

مراكز التسويق

مصادر الإنتاج	D_1	D_2	...	D_m	الكمية المنتجة
S_1	c_{11}	c_{12}	..÷..	c_{1m}	a_1
S_2	c_{21}	c_{22}	..÷..	c_{2m}	a_2
⋮	⋮	⋮	..÷..	⋮	⋮
S_n	c_{n1}	c_{n2}	..÷..	c_{nm}	a_n
	b_1	b_2	...	b_m	

سعة الاستيعاب

حيث أنه:

S_i المصدر الإنتاجي i ⟵ $S_i,\ i = 1.2, 3, \ldots, n$

D_j المركزي التسويقي j ⟵ $D_j,\ j = 1.2, 3, \ldots, m$

a_i كمية إنتاج المصدر الإنتاجي i ⟵ $a_i,\ i = 1.2, 3, \ldots, n$

b_j سعة الاستيعاب المركز التوسيقي j ⟵ $b_j,\ j = 1.2, 3, \ldots, m$

c_{ij} تكلفة نقل وحدة واحدة من المصدر ⟵ $c_{ij},\ i = 1.2, 3, \ldots, n$

Si إلى المركز Dj $j = 1.2, 3, \ldots, m$

حتى يكون نموذج النقل في الوضع المثالي يجب أن يكـون مجمـوع كميات إنتاج المصادر الإنتاجية يساوي مجموع سـعات الاسـتيعاب للمراكـز التسويقية.

- طرق الحل الأولى لمشاكل النقل:

أ- طريقة الزاوية الشمالية الغربية:

(The north- west corner method)

ب-طريقة أقل التكاليف:

(The least - cost method)

ج- طريقة فيجول التقريبية:

(The vegel's Approximation method)

مثال:

لدينا نموذج النقل التالي:

	D_1	D_2	D_2	D_4	
S_1	2	5	5	3	20
S_2	1	3	3	4	15
S_3	2	4	1	3	25
	13	17	16	14	60 \ 60

أوجد الحل الأولي:

1- بطريقة الزاوية الشمالية الغربية.

2- بطريقة أقل التكاليف.

3- بطريقة فيجول.

1- الحل بطريقة الزاوية الشمالية الغربية:

	D_1	D_2	D_3	D_4	
S_1	$\boxed{2}$ 13	$\boxed{0}$ 7	$\boxed{5}$	$\boxed{3}$	20
S_2	$\boxed{1}$	$\boxed{3}$ 10	$\boxed{3}$ 5	$\boxed{4}$	15
S_3	$\boxed{2}$	$\boxed{4}$	$\boxed{1}$ 11	$\boxed{3}$ 14	25
	13	17	16	14	60 \ 60

نجد مجموع الكميات المنتجة ومجموع سعات الاستيعاب، فــإذا كانــا متساويتين فإننا نتابع خطوات الحل، أما إذا كان غير ذلك (غير متــساويتين)... (فيما بعد).

1- نبدأ من أعلى زاوية على اليسار ونقوم بعملية المقارنة. الخلية تقع فــي الصف الأول وتقابل 20 وفي العمود الأول وتقابل 13 ونأخذ الأقل.

2- نسير إما أفقي أو عمودي أو قطري (فقط في حالة عدم القــدرة علــى السير أفقي أو عمودي)...

$$
\begin{aligned}
\text{Total cost } &= 2 \times 13 + 0 \times 7 + 3 \times 10 + 3 \times 5 + 1 \times 11 + 3 \times 14 \\
&= 26 + 0 + 30 + 15 + 11 + 42 \\
&= 124 \text{ J.D}
\end{aligned}
$$

ملاحظة:

عدد الخانات الممتلئة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة − 1

إذا كان عدد الخانات الممتلئة يساوي (عدد الصفوف + عدد الأعمدة − 1) فإنه يمكنه إيجاد حل أمثل.

عدد الخانات الممتلئة: $1- 4 + 3 = 6$

حيث أن: (6) عدد الخانات الممتلئة.

(3) عدد الصفوف.

(4) عدد الأعمدة.

2- الحل بطريقة أقل التكاليف:

	D_1	D_2	D_3	D_4	
S_1	$\boxed{2}$	$\boxed{0}$ 17	$\boxed{5}$	$\boxed{3}$ 3	20
S_2	$\boxed{1}$ 13	$\boxed{3}$	$\boxed{3}$	$\boxed{4}$ 2	15
S_3	$\boxed{2}$	$\boxed{4}$	$\boxed{1}$ 16	$\boxed{3}$ 9	25
	13	17	16	14	60 / 60

1- نبحث عن أقل تكلفة داخل الجدول وهي الصفر.

2- نقوم بعملية المقارنة عند أقل تكلفة ونختار الأقل ما بين العمود والصف.

3- نبحث عن أقل تكلفة مرة أخرى ونقارن

في حالة تساوي أقل تكلفتين فإننا تعتمد على عملية المقارنة نختار الأكبر في المقدار.

$$
\begin{aligned}
\text{Total cost} &= 0 \times 17 + 1 \times 10 + 1 \times 3 + 3 \times 9 + 3 \times 3 + 4 \times 2 \\
&= 0 + 16 + 13 + 27 + 9 + 8 \\
&= 73 \text{ J.D}
\end{aligned}
$$

عدد الخانات الممتلئة = $3 + 4 - 1 = 6$ يمكن التحسين.

3- بطريقة فيجول

	D_1	D_2	D_3	D_4		الفروق
S_1	$\boxed{2}$	$\boxed{0}$ 17	$\boxed{5}$	$\boxed{3}$ 3	20	$\cancel{2}$ 1
S_2	$\boxed{1}$ 13	$\boxed{3}$	$\boxed{3}$	$\boxed{4}$ 2	15	$\cancel{2}$ 0
S_3	$\boxed{2}$	$\boxed{4}$	$\boxed{1}$ 16	$\boxed{3}$ 9	25	$\cancel{1}$ 1
الفروق	13	17	16	14	60 / 60	
	$\cancel{1}$	$\cancel{3}$	$\cancel{2}$	0		

ملاحظات:

1- نجد الفرق بين أقل تكلفتين في كل صف وكل عمود.

2- 3 أكبر فرق وتقع في العمود الثاني ونبحث عن أقل تكلفة ونقارن.

3- نجد الفرق الجديد في الصف الأول هو 1.

4- العمود الثاني لا تحتاج إلى فرق لأنه أفرغ جميع محتويات العمود الثاني.

5- أكبر فرق جديد هو 2 ويقع في العمود 3 والصف الثاني وتكون أقل تكلفة في العمود الثالث والصف الثاني هي 1 فإننا نقوم بالمقارنة ونختار الأكبر مقارنة.

6- نتابع بنفس الخطوات.

- نجد الفرق بين أقل تكلفتين في كل صف وكل عمود.
- نختار أكبر فرق ثم نبحث عن أقل تكلفة في الصف أو العمود وتفرغ فيه.

ملاحظات:

1- إذا تساوت الفروق نبحث عن أقل تكلفة ونختار الأقل.

2- عند تفريغ العلامة في الخلية فإننا نجد الفرق الجديد بين أقل تكلفتين في الصف أو العمود غير الممتلئة.

3- أفضل الطرق لإيجاد الحل المثالي هي فوجل.

4- يمكن أن يكون الحل الأمثل هي فوجل.

مثال:

أوجد الحل الأمثل للجدول التالي:

	D_1	D_2	D_3	
S_1	$\boxed{2}$ 16	$\boxed{2}$	$\boxed{4}$	16
S_2	$\boxed{3}$ 4	$\boxed{6}$ 25	$\boxed{3}$ 6	35
S_3	$\boxed{5}$	$\boxed{1}$	$\boxed{2}$ 9	9
	20	25	15	60 / 60

1- حسب طريقة الحجر المتنقل (المسار المتعرج).

The stepping stone Method

خطوات الحل:

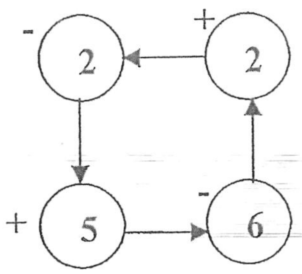
1- نحدد المسارات كما يلي:

- نبدأ من الخلية الفارغة ونسير على الخلايا الممتلئة فقط إما أفقياً أو عمودياً ونعود إلى الخلية الفارغة بأقصر مسافة ممكنة.

المسار الأول:

$$C_{12} \rightarrow C_{11} \rightarrow C_{21} \rightarrow C_{22} \rightarrow C_{12}$$

- نعبر عن الخلايا بدوائر.



- نضع إشارة (+) على الخلية الفارغة ثم التي تليها (−) والتي تليها إشارة (+) والتي تليها إشارة (−)، وهكذا.

ملاحظة: إذا كانت آخر خلية قبل الخلية الفارغة إشارتها (+) فإنه يوجد خلل في المسار.

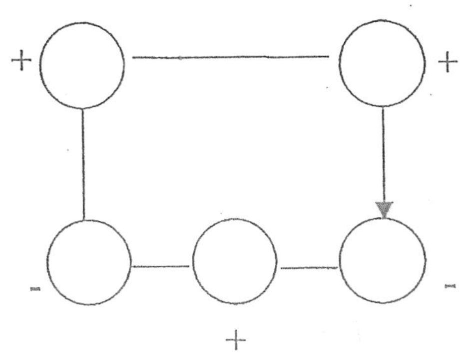
- نضع داخل الدوائر تكلفة كل خلية.
- نحسب تكلفة المسار حسب الإشارة الموضوعة على الدوائر.
- تعني أن هنا المسار يقلل من تكاليف النقل بمقدار:

$$Cost = +2 - 2 + 3 - 6 = -3$$

- نكرر الخطوات السابقة حتى نهاية الخلايا الفارغة.

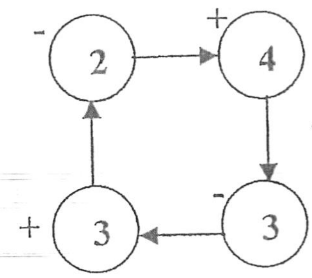
المسار الثاني:

$$C_{13} \rightarrow C_{23} \rightarrow C_{22} \rightarrow C_{21} \rightarrow C_{11} \rightarrow C_{13}$$



ملاحظة: إذا كانت خليتان مختلفتين متتاليتين على نفس الخط أفقياً أو عمودياً فنتجاوز عن الخلية الممتلئة الأولى.

$$C_{13} \rightarrow C_{23} \rightarrow C_{21} \rightarrow C_{11} \rightarrow C_{13}$$

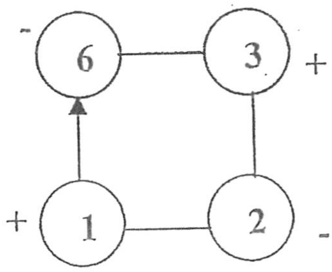


$$Cost = 4 - 3 + 3 = {}^{+}2 \text{ J.D}$$

أي يزيد تكلفة النقل بمقدار 2 وحدة نقد لكل وحدة نقل.

المسار الثالث:

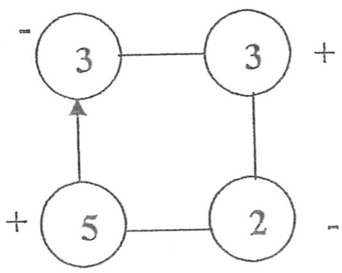
$$C_{32} \rightarrow C_{22} \rightarrow C_{23} \rightarrow C_{32}$$



$$Cost = 1 - 6 + 3 - 2 = {}^{-}4 \text{ J.D}$$

المسار الرابع:

$$C_{31} \rightarrow C_{21} \rightarrow C_{23} \rightarrow C_{33} \rightarrow C_{21}$$



$$Cost = 5 - 3 + 3 - 2 = {}^{+}3 \text{ J.D}$$

ملاحظة: عدد المسارات يساوي عدد الخلايا الفارغة

2- نختار أقل تكلفة مسار سالبة:

أ- ونختار المقطع من الجدول للمسار.

6 ⊖ 25	3 ⊕ 6
1 ⊕	2 ⊖ 9

فتصبح:

6 16	3 15
1 9	2

ب-نقوم بعملية المقارنة ما بين الصف والعمود التي تقع فيه الخلية الفارغة.

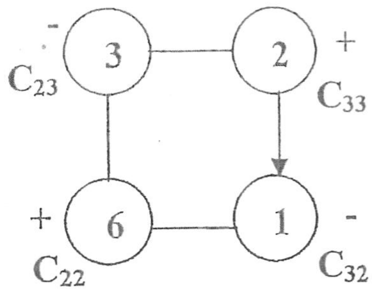
فيصبح الجدول:

	D_1	D_2	D_3	
S_1	2 16	2	4	16
S_2	3 4	6 16	3 15	35
S_3	5	1 9	2	9
	20	25	15	60 / 60

$$\text{Total cost} = 2 \times 16 + 3 \times 4 + 6 \times 16 + 3 \times 15 + 1 \times 9$$
$$= 194 \text{ J.D}$$

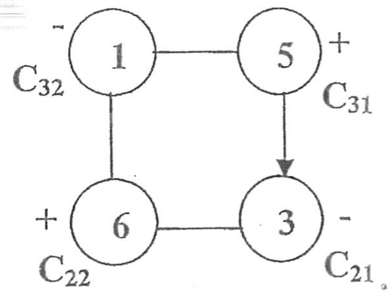
3- نكرر الخطوات السابقة حتى تصبح جميع تكاليف المسارات غير سالبة:

المسار الأول:



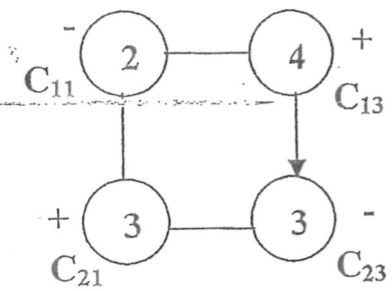
$$Cost = 2 - 1 + 6 - 3 = 4 \text{ J.D}$$

المسار الثاني:



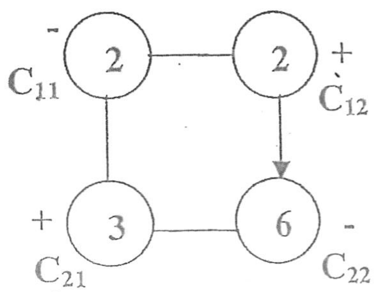
$$Cost = 5 - 3 + 6 - 1 = 7 \text{ J.D}$$

المسار الثالث:



$$Cost = 4 - 3 + 3 - 2 = 2 \text{ J.D}$$

المسار الرابع:



$$Cost = 2 - 6 + 3 - 2 = 3 \text{ J.D}$$

2 ⊖16	2 ⊕	
3 ⊕4	6 ⊖16	

$\longrightarrow$

2	2 16
3 20	6

	D_1	D_2	D_3	
S_1	2	2 16	4	16
S_2	3 20	6	3 15	35
S_3	5	1 9	2	9
	20	25	15	60 / 60

Total cost: $2 \times 16 + 3 \times 20 + 3 \times 15 + 1 \times 9 = 146$ J.D

ملاحظات:

عدد الخلايا الممتلئة = 4

عدد الصفوف + عدد الأعمدة – 1 = 5

∴ لا يمكن تحسين الحل هنا نتوقف بالحل وهكذا توصلنا إلى الحل الأمثل.

الوحدة السابعة

شبكات الأعمال

Network Models

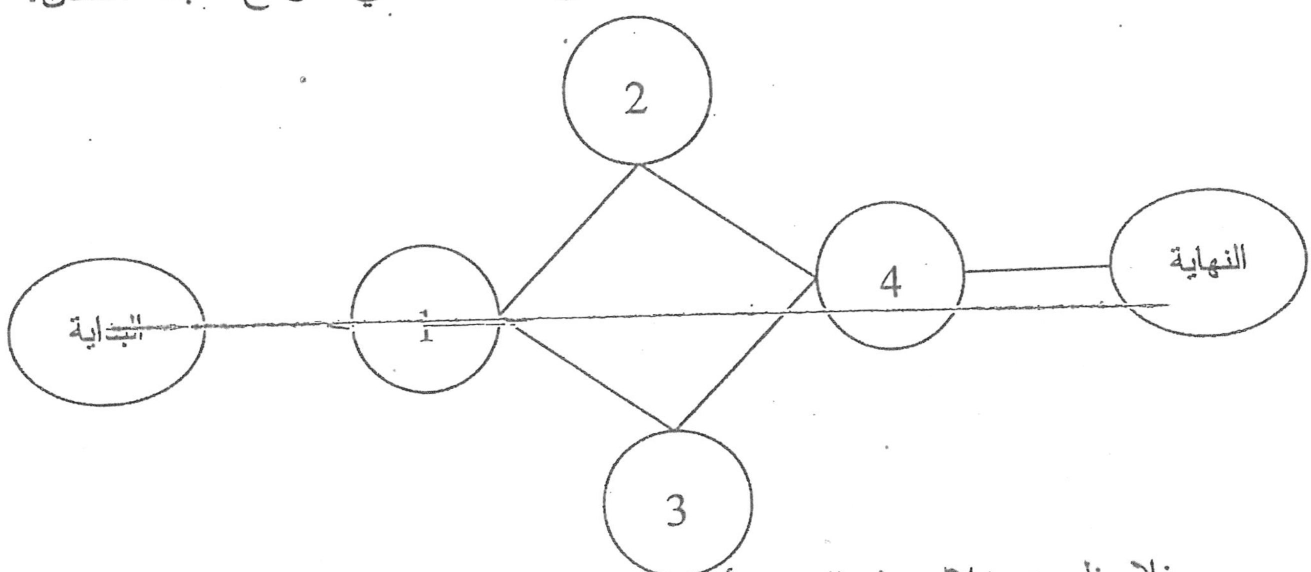
الوحدة السابعة

شبكات الأعمال

Network Models

مقدمة:

تعتبر شبكات الأعمال من الأساليب الحديثة والمتقدمة في استخدام التكنولوجيا وخصوصاً تكنولوجيا الحاسوب في الإدارة وخاصة إدارة المشاريع الصغرى والكبرى منها. ويمكن تعريف شبكة الأعمال بأنها مجموعة من النقط (Nodes) والخطوط (Arcs) تصل النقاط بعضها ببعض وتسمى النقاط أيضاً بالأحداث أما الخطوط فتسمى بالأنشطة ويوضح الشكل التالي نموذج لشبكة أعمال.



نلاحظ من خلال هذه الشبكة أنها تحتوي على بداية ونهاية وأنها أيضاً تحتوي على أحداث متعاقبة (متتالية) وأحداث متزامنة (متوازية) وإذا كانت الشبكة على شكل أحداث متعاقبة فإنها تسمى سلسلة (chain).

ولنأخذ المثال التالي لنتعرف على كيفية تشكيل شبكة الأعمال.

مثال:

أرسم شبكة مشروع إنشاء بيت صغير مكون من طابق واحد، حيث فعالياته هي:

1. شراء الأرض.
2. عمل المخطط.
3. شق الأساسات.
4. بناء الأعمدة
5. بناء الجدران الخارجية.
6. بناء السقف.
7. عمل التقسيمات الداخلية.
8. عمل التوصيلات الكهربائية.
9. تركيب تمديدات المياه والمجاري.
10. قصارة السقف والجدران.
11. تركيب بلاط الأرض.
12. تركيب الأبواب والشبابيك.
13. الطلاء الخارجي.
14. الطلاء الداخلي.
15. طلاء الأبواب والشبابيك.
16. التشطيبات النهائية.

الحل:

عند تكوين شبكة الأعمال يجب مراعاة ما يلي:

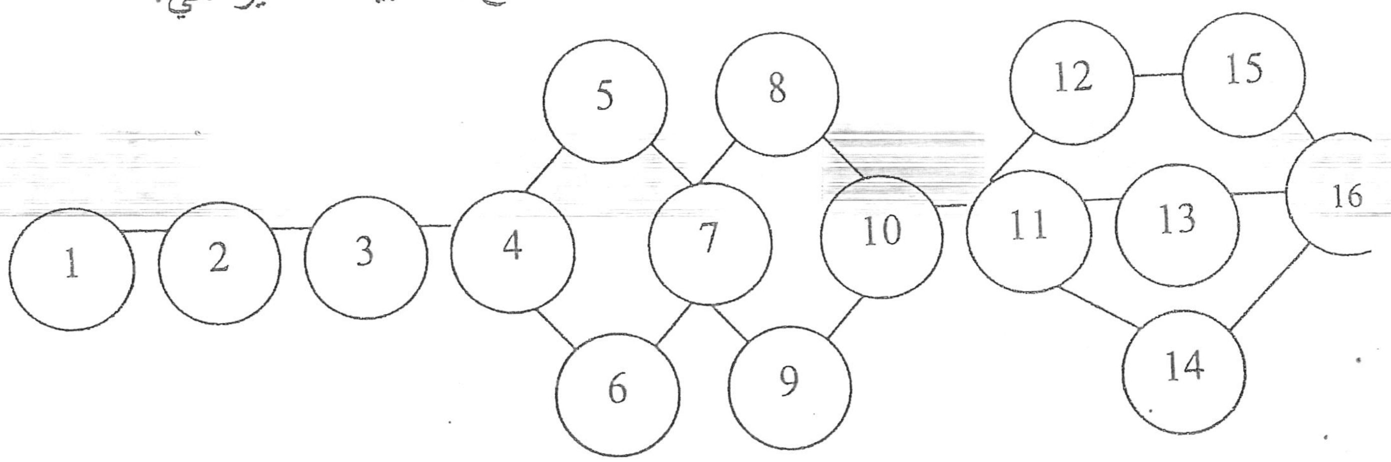
1. معرفة بداية الشبكة الحدث الأول في الشبكة وهو في مثالنا هذا "شراء الأرض".
2. معرفة النشاطات اللاحقة للحدث والأحداث اللاحقة له.

6

3. معرفة الأحداث المتعاقبة والمتزامنة ففي مثالنا هذا نرى أن الأحداث 2، 3، 4 هي أحداث متعاقبة والأحداث 5، 6، يمكن ان تكون متزامنة أي تحصل في نفس الوقت.

4. وضع الأحداث ضمن دوائر والوصل بينهما بخطوط أو أسهم حسب تتابعها.

وبتطبيق القواعد السابقة تكون الأعمال لمشروع بناء بيت صغير هي:



فائدة عمل شبكة الأعمال هو حساب الزمن المتوقع لإنجاز المشروع أو إنجاز أي جزء من اجزاءه وذلك من أجل السيطرة على المشروع ولعمل ذلك هناك طريقتان هما:

أ. المسار الحرج Critical Path

ب. تقييم ومراجعة المشاريع (شبكة بيرت Pert Model)

وسنتعرف على هاتين الطريقتين بالتفصيل:

أ. طريقة المسار الحرج **Critical Path Method**

يعرف المسار الحرج على أنه أطول مسارات شبكة الأعمال زمناً والمسار هو النشاطات المتعاقبة من بداية الشبكة حتى نهايتها. وهناك طريقتان لحساب المسار الحرج:

1. طريقة حساب كل المسارات وأزمنتها في الشبكة وتحديد المسار الحرج ويكون المسار الأطول زمناً.

وسنشرح ذلك بالتفصيل من خلال مثالنا التالي:

مثال:

الجدول التالي يمثل أحداث مشروع والأحداث السابقة والزمن بالأسبوع لكل حدث.

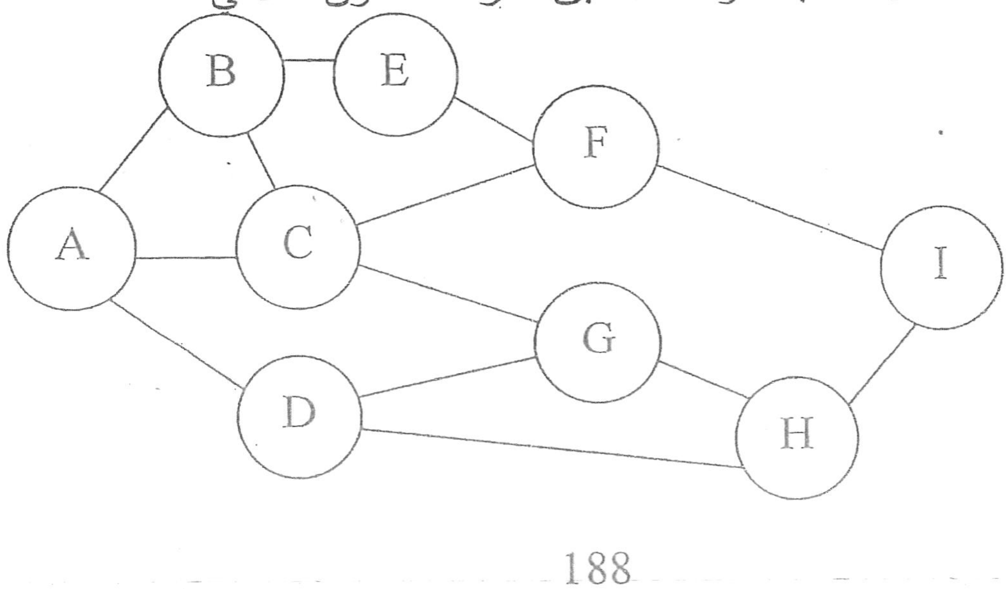
الزمن بالأسبوع	الحدث السابق	الحدث
2	-	A
10	A	B
2	A,B	C
5	A	D
3	B	E
1	E,C	F
5	D,C	G
6	G,D	H
5	F,H	I

أ. أرسم شبكة الأعمال.

ب. حدد مسارات الشبكة، وما هو المسار والحرج من ضمنها؟

الحل:

أ. نرسم شبكة الأعمال حسب القواعد السابق ذكرها، فتكون كالآتي:



ب. نحسب كل المسارات المحتملة للشبكة وهي:

1. المسار الأول $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow I$

- زمنه $2 + 10 + 3 + 1 + 5 = 21$

2. المسار الثاني $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow I$

زمنه $2 + 10 + 2 + 1 + 5 = 20$

3. المسار الثالث $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow I$

زمنه $2 + 10 + 2 + 5 + 6 + 5 = 30$

4. المسار الرابع $A \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow I$

زمنه $2 + 2 + 1 + 5 = 10$

5. المسار الخامس $A \rightarrow C \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow I$

زمنه $2 + 2 + 5 + 6 + 5 = 20$

6. المسار السادس $A \rightarrow D \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow I$

زمنه $2 + 5 + 5 + 6 + 5 = 23$

7. المسار السابع $A \rightarrow D \rightarrow H \rightarrow I$

زمنه $2 + 5 + 6 + 5 = 18$

ويكون المسار الحرج للمشروع هو المسار الأطول زمنا من بين هذه سارات، وهو المسار الثالث.

$$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow I$$

$$2 + 10 + 2 + 5 + 6\ 5 = 30$$

ويكون الزمن الكلي للمشروع هو "30" إسبوع.

2. طريقة حساب الأزمنة المبكرة والأزمنة المتأخرة لأحداث المشروع: ويكون حساب الأزمنة المبكرة كالآتي:

زمن البدء المبكر للحدث = مجموع الأزمنة السابقة للحدث.

زمن الإنجاز المبكر للحدث = زمن البدء المبكر للحدث + زمن الحدث نفسه.

وأيضا يكون زمن البدء المبكر للحدث = زمن الإنجاز المبكر للحدث السابق. ويمكن حساب الأزمنة المبكرة للمشروع على الجدول أو على الشبكة بحيث إذا كان هناك تفرع نأخذ القيمة الأكبر وسنوضح ذلك عن طريق المثال التالي:

مثال:

الجدول التالي يمثل الأحداث والأحداث السابقة والزمن باليوم لمشروع ما:

الحدث	الحدث السابق	الزمن باليوم
A	-	10
B	A	15
C	A	12
D	B,C	10
E	D	11
F	E	13
G	E	12
H	F,G	20

إحسب الأزمنة المبكرة لأحداث المشروع.

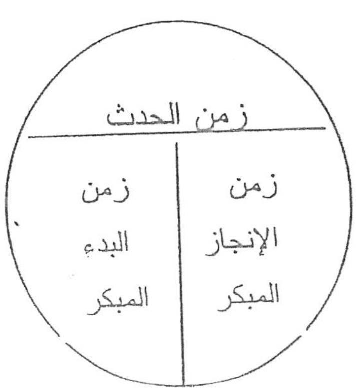
الحل:

لحساب الأزمنة المبكرة على الجدول نطبق القواعد السابقة ونكون الجدول التالي:

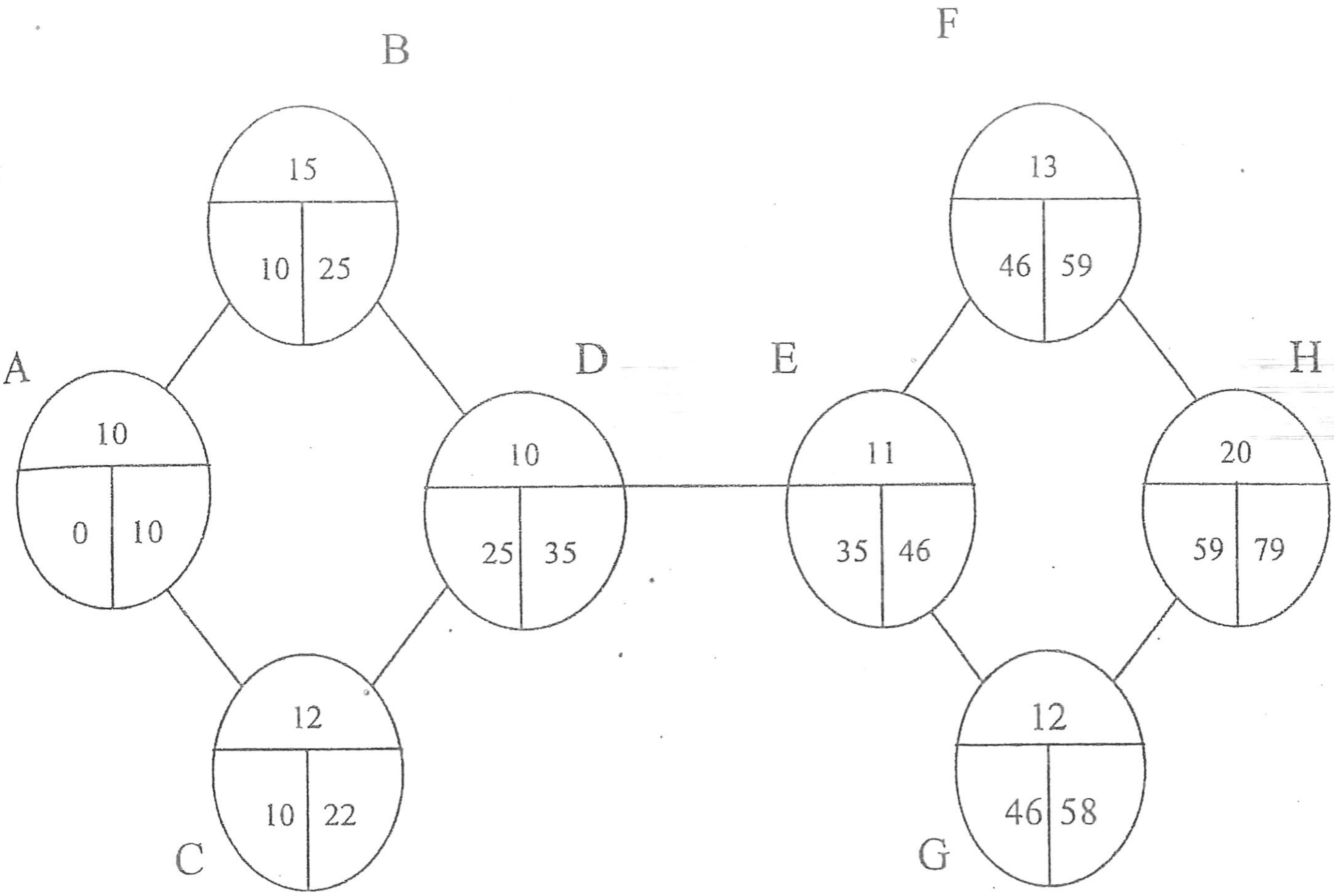
الحدث	الحدث السابق	الزمن باليوم	زمن البدء المبكر	زمن الإنجاز المبكر
A	-	10	0	10
B	A	15	10	25
C	A	12	10	22
D	B,C	10	25	35
E	D	11	35	46
F	E	13	46	59
G	E	12	46	58
H	F,G	20	59	79

وبالتالي يكون الزمن الكلي للمشروع هو "79" يوم وذلك لأن الزمن الكلـــي لمشروع هو زمن الإنجاز المبكر لآخر حدث في المشروع.

أما الأسلوب عن طريق الشبكة فنرسم الشبكة في البداية ثم نضع عند كـــل ـدث الشكل التالي:



كون الحل كالآتي:



ونرى هنا أن الحساب عن طريق الجدول هو نفسه عن طريق الشبكة. أما لحساب الأزمنة المتأخر لأحداث المشروع فنتبع الخطوات التالية:

1. نبدأ من آخر حدث إلى أول حدث أي نتيجة بالإتجاه العسكي.
2. يكون زمن الإنجاز المتأخر لآخر حدث = زمن الإنجاز المبكر لآخر حدث.
3. زمن البدء المتأخر للحدث = زمن الإنجاز المتأخر للحدث – زمن الحدث.
4. إذا وصلنا إلى تفرع نأخذ القيمة الأقل.

نستنتج من الخطوات السابقة أن زمن الإنجاز المتأخر للحدث = زمن البدء المتأخر للحدث اللاحق.

ومن حساب الأزمنة المبكرة والأزمنة المتأخرة ينتج زمن آخر يسمى زمن الفائض وهو الزمن الإحتياطي المتاح للحدث ويكون.

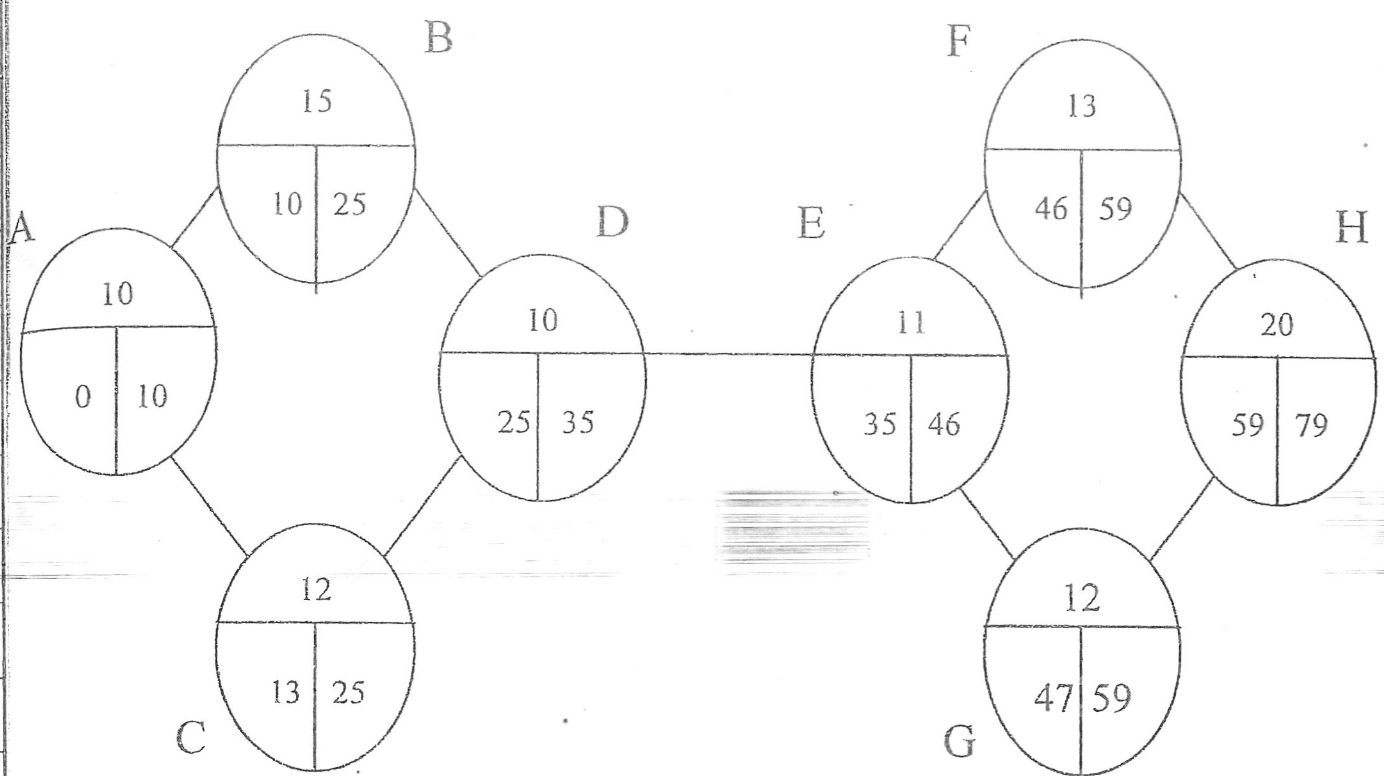
زمن الفائض للحدث = زمن الإنجاز المتأخر للحدث – زمن الإنجاز المبكر للحدث.

الزمن الفائض للحدث = زمن البدء المتأخر للحدث – زمن البدء المبكر للحدث.

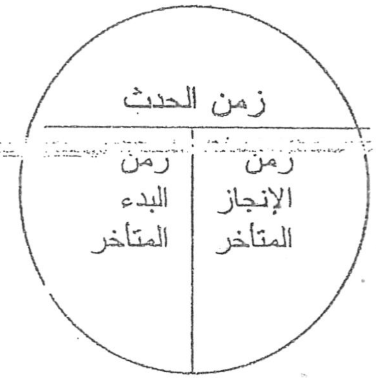
والآن نحسب الأزمنة المتأخرة والزمن الفائض للمثال السابق حسب هذه القواعد، لينتج الجدول التالي:

زمن البدء المبكر	زمن الإنجاز المبكر	زمن البدء المتأخر	زمن الإنجاز المتأخر	الزمن الفائض
0	10	0	10	0
10	25	10	25	0
10	22	13	25	3
25	35	25	35	0
35	46	35	46	0
46	59	46	59	0
46	58	47	59	1
59	79	59	79	0

الحساب عن طريق الشبكة فيكون كالآتي:



وتمثل بالدائرة



مثال "2":

أرادت شركة تجهيز مركز حاسوب خاص بالشركة ووضعت خطة إنشـــاء المشروع حسب الجدول التالي:

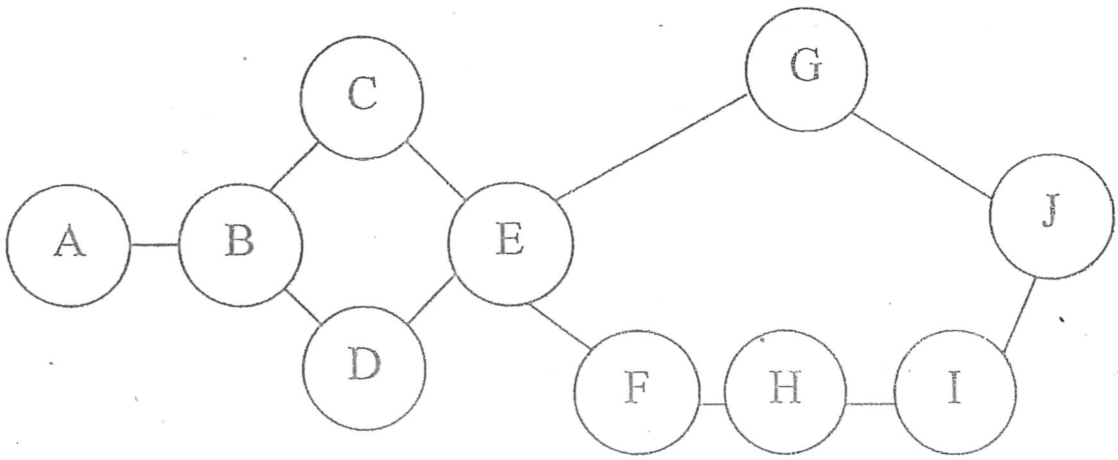
وصف الحدث	الحدث السابق	الزمن بالأيام
شراء المباني	-	20
وضع المواصفات والمقاييس للأجهزة المراد شرائها	A	8
طرح مناقصة شراء الأجهزة	B	3
تجهيز الغرف	B	25
دراسة العروض من الشركات	C,D	4
شراء الأجهزة	E	5
تدريب الأيدي العاملة	E	15
توفير مستلزمات الأجهزة الثانوية	F	3
تركيب الأجهزة	H	6
العمل على الأجهزة	I,G	2

م شبكة الأعمال التي تمثل هذا المشروع ثم جد:

أ. زمن إنجاز المشروع عن طريق المسار الحرج.

ب. زمن الإنجاز للمشروع عن طريق الأزمنة المبكرة والمتأخرة للإنجاز.

ج. حدد الزمن الفائض.



حساب المسار الحرج نجد كل مسارات المشروع:

المسار الأول $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow G \rightarrow J$

المسار الثاني $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow H \rightarrow I \rightarrow J$

وصف الحدث	الحدث السابق	الزمن بالأيام
شراء المباني	-	20
وضع المواصفات والمقاييس للأجهزة المراد شرائها	A	8
طرح مناقصة شراء الأجهزة	B	3
تجهيز الغرف	B	25
دراسة العروض من الشركات	C,D	4
شراء الأجهزة	E	5
تدريب الأيدي العاملة	E	15
توفير مستلزمات الأجهزة الثانوية	F	3
تركيب الأجهزة	H	6
العمل على الأجهزة	I,G	2

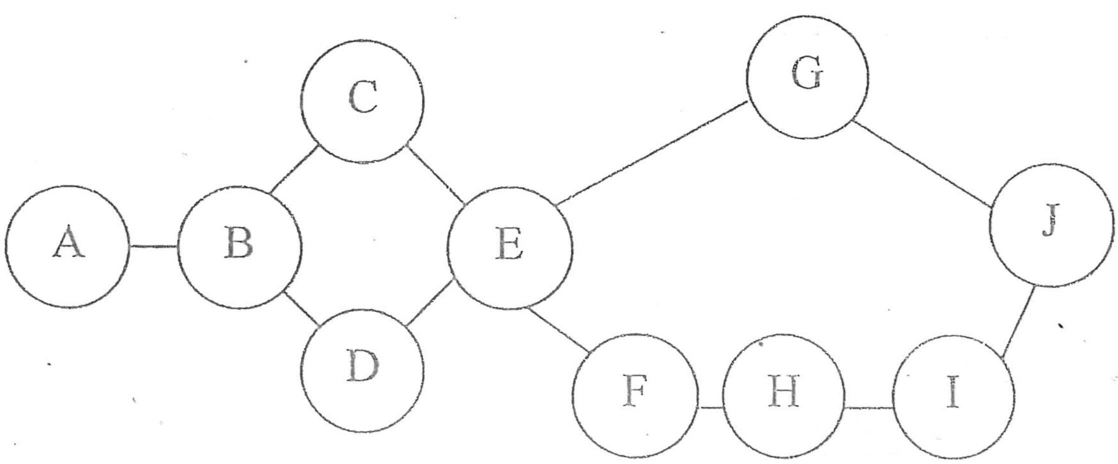
بم شبكة الأعمال التي تمثل هذا المشروع ثم جد:

أ. زمن إنجاز المشروع عن طريق المسار الحرج.

ب. زمن الإنجاز للمشروع عن طريق الأزمنة المبكرة والمتأخرة للإنجاز.

ج. حدد الزمن الفائض.

م:



حساب المسار الحرج نجد كل مسارات المشروع:

المسار الأول $A \to B \to C \to E \to G \to J$

المسار الثاني $A \to B \to C \to E \to F \to H \to I \to J$

المسار الثالث A→ B→ D→ E→ G→ J

المسار الرابع A→ B→ D→ E→ F→ H→ I→ J

اما زمن كل مسار فهو:

زمن المسار الأول = 20 + 8 + 3 + 4 + 15 + 2 = 52 يوم.

زمن المسار الثاني = 20 + 8 + 3 + 4 + 5 + 3 + 6 + 2 = 51 يوم.

زمن المسار الثالث = 20 + 8 + 25 + 4 + 15 + 2 = 74 يوم.

زمن المسار الرابع = 20 + 8 + 25 + 4 + 5 + 3 + 6 + 2 = 73 يوم.

ويكون المسار الحرج هو المسار الثالث A→ B→ D→ E→ G→ J

وزمن الإنجاز للمشروع = 74 يوم.

ب. نحسب زمن الإنجاز للمشروع عن طريق الأزمنة المبكرة والمتأخرة للإنجاز بالجدول:

الحدث	الحدث السابق	الزمن بالأيام	زمن البدء المبكر	زمن الإنجاز المبكر	زمن البدء المتأخر	زمن الإنجاز المتأخر	الزمن الفائض
A	-	20	0	20	0	20	0
B	A	8	20	28	20	28	0
C	B	3	28	31	50	53	22
D	B	25	28	53	28	53	0
E	C,D	4	53	57	53	57	0
F	E	5	57	62	58	63	1
G	E	15	57	72	57	72	0
H	F	3	62	65	63	66	1
I	H	6	65	71	66	72	1
J	I,G	2	72	74	72	74	0

ويكون زمن الإنجاز للمشروع = 74 يوم.

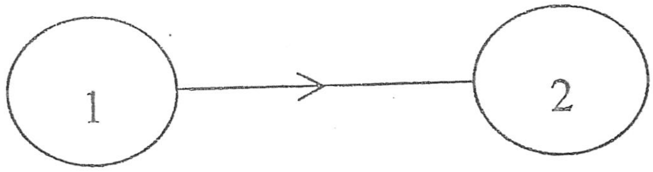
ج. الزمن الفائض ممثل بالعمود الأخير في الجدول.

ب. تقييم ومراجعة المشاريع "بيرت":

Program Evaluation and Review Technique "PERT"

يعتبر أسلوب بيرت من الأساليب المتبعة في الإدارة الحديثة في عمليات تقييم ومراجعة المشاريع ويعتبر من الأساليب الحديثة حيث لم يمضي على أول استخدام له أكثر من خمسين عاما.

ولحساب المسار الحرج لشبكة بيرت نعرف في البداية النشاط على أنه العمل اللازم لإتمام حدث ما وهو يكون الخط الواصل بين الحدثين مثل:



$1 \longrightarrow 2$ النشاط

يعطى كل نشاط في المشروع ثلاثة أوقات هي:

1. الوقت التفاؤلي: وهو أقصر وقت محتمل لإنجاز النشاط أي بدون أية عوائق ويرمز له بالرمز ($\text{ق}_{\text{أ}}$).
2. الوقت الأكثر إحتمالا: وهو أنسب وقت لإنجاز النشاط في ظل الظروف العادية ويرمز له ($\text{ق}_{\text{ح}}$).
3. الوقت التشاؤمي: وهو الوقت المحتمل إنجاز النشاط في ظل العوائق الطبيعية وغير الطبيعية ويرمز له بالرمز ($\text{ق}_{\text{ت}}$).

ومن ثم نحسب الوقت المتوقع للنشاط ($\text{ق}_{\text{م}}$) من هذه الأوقات الثلاثة كالآتي:

$$\text{ق}_{\text{م}} = \frac{\text{ق}_{\text{أ}} + 4\text{ق}_{\text{ح}} + \text{ق}_{\text{ت}}}{6}$$

عند حساب الوقت المتوقع للمشروع نتبع اسلوب المسار الحــــرج للوقــت المتوقع لكل نشاط.

مثال: في الجدول التالي:

النشاط	الوقت التفاؤلي	الوقت الأكثر إحتمالا	الوقت التشاؤمي
$1 \to 2$	6	10	14
$1 \to 3$	10	12	14
$1 \to 4$	12	16	26
$2 \to 5$	8	10	12
$3 \to 4$	4	7	10
$3 \to 5$	4	6	8
$4 \to 5$	8	12	16
$5 \to 6$	3	5	7

أ. إحسب الوقت المتوقع بالأسبوع لكل نشاط.

ب. حدد المسار الحرج لشبكة بيرت.

الحل:

أ. لحساب الوقت المتوقع نطبق القانون:

$$\text{الوقت المتوقع} = \text{ق}_{\text{م}} = \frac{\text{ق}_{\text{أ}} + 4\text{ق}_{\text{ح}} + \text{ق}_{\text{ت}}}{6}$$

فيكون:

الوقت المتوقع للنشاط 1 ← 2 هو: $\text{ق}_{\text{م}} = \frac{14+10\times4+6}{6} = \frac{60}{6} = 10$

الوقت المتوقع للنشاط 1 ← 3 هو: $\text{ق}_{\text{م}} = \frac{14+12\times4+10}{6} = \frac{72}{6} = 12$

الوقت المتوقع للنشاط 1 ← 4 هو: $\text{ق}_{\text{م}} = \frac{26+16\times4+12}{6} = \frac{102}{6} = 17$

الوقت المتوقع للنشاط 2 ← 5 هو: $ق_م = \frac{12+10\times4+8}{6} = \frac{60}{6} = 10$

الوقت المتوقع للنشاط 3 ← 4 هو: $ق_م = \frac{10+7\times4+4}{6} = \frac{42}{6} = 7$

الوقت المتوقع للنشاط 3 ← 5 هو: $ق_م = \frac{8+6\times4+4}{6} = \frac{36}{6} = 6$

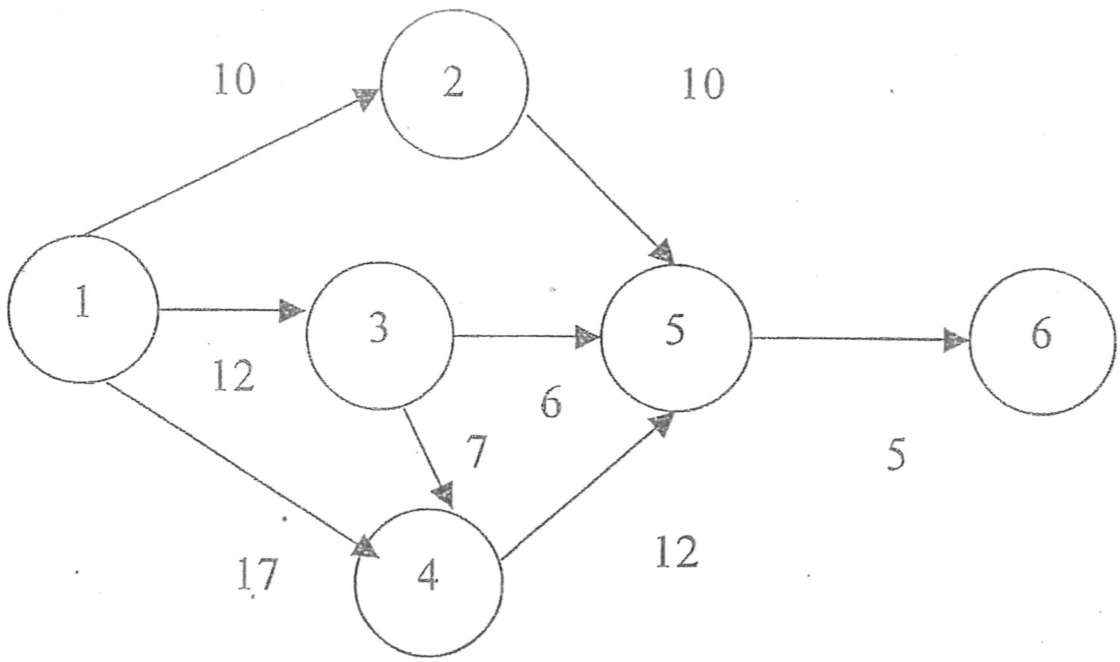
الوقت المتوقع للنشاط 4 ← 5 هو: $ق_م = \frac{16+12\times4+8}{6} = \frac{72}{6} = 12$

الوقت المتوقع للنشاط 5 ← 6 هو: $ق_م = \frac{7+5\times4+3}{6} = \frac{30}{6} = 5$

وبإضافة الوقت المتوقع للجدول السابق يصبح:

النشاط	الوقت التفاؤلي	الوقت الأكثر إحتمالا	الوقت التشاؤمي	وقت المتوقع
$1 \rightarrow 2$	6	10	14	10
$1 \rightarrow 3$	10	12	14	12
$1 \rightarrow 4$	12	16	26	17
$2 \rightarrow 5$	8	10	12	10
$3 \rightarrow 4$	4	7	10	7
$3 \rightarrow 5$	4	6	8	6
$4 \rightarrow 5$	8	12	16	12
$5 \rightarrow 6$	3	5	7	5

ب. ولحساب المسار الحرج لشبكة بيرت، نرسم شبكة بيرت في البداية ثـم نحـدد مسارات هذه الشبكة حسب الوقت المتوقع وتحديد المسار الحرج من ضمنها.



أما مسارات هذه الشبكة فهي:

1. المسار الأول $1 \to 2 \to 5 \to 6$

زمنه $10 + 10 + 5 = 25$

2. المسار الثاني $1 \to 3 \to 5 \to 6$

زمنه $12 + 6 + 5 = 23$

3. المسار الثالث $1 \to 3 \to 4 \to 5 \to 6$

زمنه $12 + 7 + 12 + 5 = 36$

4. المسار الرابع $1 \to 4 \to 5 \to 6$

زمنه $17 + 12 + 5 = 34$

ومن خلال استعراضنا لهذه المسارات نرى أن أطول هذه المسارات زمنا هو المسار الثالث وهو المسار الحرج.

$$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6$$

$$12 + 7 + 12 + 5 = 36$$

ويكون الزمن الكلي المتوقع لإنجاز المشروع هو "36" أسبوع.