الفصل الثالث

المتجهات والحركة الخطية المنتظمة

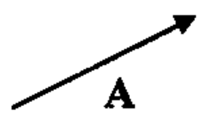
VECTORS AND LINEAR MOTION

الكميات الفيزيائية نوعان

أ – **الكميات القياسية:** هي كميات فيزيائية غير متجهة يتم تعيينها تماما إذا عرف مقدارها فقط ومن أمثلة الكميات الغير متجهة الكتلة، الزمن، الطول، درجة الحرارة والطاقة وجميعها كميات قياسية.

ب – **الكميات المتجهة:** هي كميات فيزيائية متجهة يتم تعيينها تماماً إذا عرف مقدارها واتجاهها.

يمكن تمييز الكمية المتجهة عن الكمية القياسية وذلك بكتابة المتجه بخط عريض A كما هو مستخدم في الكتب أو بوضع إشارة سهم أعلى الرمز A كما هو الحال في الكتابة اليدوية .A أما الكمية القياسية أو ما يُعرف بقيمة المتجه A مثلا فيعبر عنه بالرمز A او $|A|$ او $|\vec{A}|$ ومن الأمثلة على الكميات المتجهة الإزاحة والسرعة والعجلة والقوة وكمية الحركة. ويلزم تحديد اتجاه الإزاحة والسرعة والقوة بالإضافة العدد الوحدات في كل مقدار لكي تتعرف تماماً. وتستخدم عادة الطرق الهندسية في تمثيل الكمية المتجهة حيث يمثل المتجه بياناي بسهم يتناسب طوله طردياً مع مقدار المتجه واتجاهه يمثل اتجاه المتجه شكل (٢– ١).

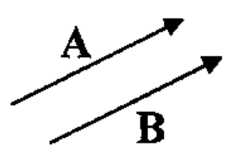


شكل (٢-١) سهم يمثل المتجه

خواص المتجهات:

تساوي المتجهات:

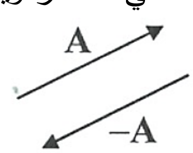
إن المتجهين A،B متساويان إذا كان لهما نفس المقدار و نفس الاتجاه (و نفس الوحدة إن وجدت)
أي إن A=B إذا كان مقدار A يساوي مقدار B وكان السهم الممثل للمتجه A يوازي السهم الممثل للمتجه B شكل (٢–٣)



شكل (٣-٢) تساوي المتجهات

• سالب المتجه:

. إذا أعطينا المتجه A فإن – A هو متجه مساو له في المقدار ويعاكسه في الاتجاه شكل (٣ – ٢)



شكل (٣-٣) سالب المتجه

جمع المتجهات:

عند جمع المتجهات يجب أن تكون هذه المتجهات من نفس النوع فلا يمكن مثلا أن نجمع متجه قوة إلى متجه سرعة لاختلافهما في الأبعاد. وذلك ينطبق أيضا عند جمع الكميات القياسية

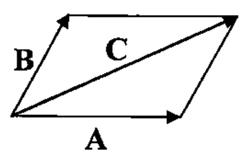
إيجاد محصلة مجموعة من المتجهات: -

١- إذا كانت جميعها تعمل على خط واحد فإنها تجمع جبرياً بإشاراتها وذلك بعد اختيار اتجاهاً معيناً يكون موجباً وإذا تساوى مقدار متجهين وتضادا اتجاهاً كان محصلتهما تساوي صفر

٢- إذا لم يكن خط تأثير المتجهات واحداً فإنا نوجد محصلتها بإحدى طريقتين:

أ- طريقة متوازي الأضلاع:

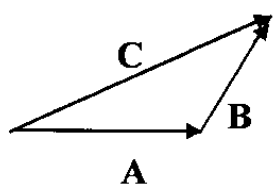
حاصل جمع المتجهين A و B هو متجه C ، ويسمى عادة بالمحصلة . (Resultant) ولإجراء عملية الجمع نقوم برسم أحد المتجهين أولاً وليكن A بمقياس رسم مناسب ، ثم من بداية المتجه A نرسم المتجه بنفس مقياس الرسم ثم نكمل رسم متوازي الأضلاع فتكون المحصلة هي قطر متوازي الأضلاع الذي ضلعاه المتجاوران هما المتجهان A و . B كما هو موضح في الشكل (٣-٤)



الشكل (٣-٤)

ب – طريقة المثلث:

الإجراء عملية الجمع بطريقة المثلث نقوم برسم أحد المتجهين أولاً وليكن A بمقياس رسم مناسب ، ثم من رأس المتجه A نرسم المتجه B فتكون المحصلة C هي المتجه الذي يبدأ من بداية المتجه A وينتهي عند رأس المتجه B كما في الشكل (٣-٥)



شكل (٣-٥)

ويمكن التعبير رياضياً عن عملية الجمع في كلتي الطريقين بالمعادلة(١-٢)

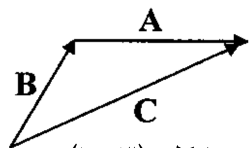
$$C=A+B$$

(١-٢)

لنفرض أننا بدأنا عملية الجمع بأخذ المتجه B أولاً ثم جمعنا إليه المتجه A أي قمنا بعملية الجمع A+ B يتضح من الشكل (3-6) أنا نحصل على نفس المتجه C وبذلك نستطيع أن نكتب:

$$A+B=B+A$$

(٢-٣)



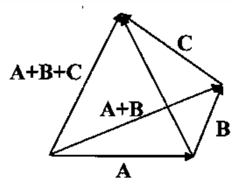
شكل (٣-٦)

وتسمي هذه النتيجة بقانون التبادل للجمع

يمكن تطبيق طريقة المثلث لجمع أكثر من متجهين ، فمثلاً المتجهات الثلاث A و B و C يمكن جمعها كما هو مبين في الشكل (٣ -٧) . ويمكن التعبير عن هذه النتيجة رياضيا بالمعادلة

(٣-٣)

$$(A + B) + C = A + (B + C)$$



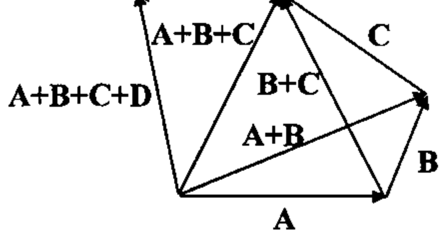
(7- 3)

وتسمى هذه المعادلة بقانون الترافق للجمع

كذلك يمكن تعميم طريقة المثلث للجمع لتشمل أكثر من ثلاث متجهات فإذا فرضنا أن هناك أربع متجهات A و B و C و D فإننا نرسم الواحد تلو الآخر كما في الشكل (٨-٣) ، وبتطبيق قاعدة المثلث للجمع ثلاث مرات متتالية نجد أن المحصلة هي

$$R = A + B + C +D$$

(3-4)



الشكل (٣-٨)

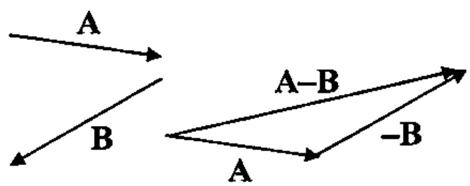
و تبدأ من بداية المتجه A وتنتهي عند رأس المتجه D أي أن المحصلة هي الضلع الذي يقفل المضلع ولكن بالاتجاه المعاكس لدورة المتجهات الأربعة

طرح المتجهات :

إن عملية طرح المتجهات شبيهة بعملية جمع المتجهات فمثلاً A – B هو متجه جديد C ولتحديد المتجه C نقوم برسم المتجه A أولاً ومن رأس هذا المتجه نرسم سهماً موازياً ومعاكساً في الاتجاه للمتجه . B إن هذا السهم يمثل المتجه – B ، وبذلك تكون المحصلة C هي المتجه الذي يبدأ من بداية المتجه A وينتهي عند رأس المتجه – B شكل (٣–٩) . تمثل هذه العملية رياضيا بالمعادلة (٥ – ٥)

$$C=A-B$$

(3–5)



الشكل (٣–٩)

• **ضرب المتجهات :**

يمكن ضرب المتجه بكمية قياسية فمثلاً zA تعني متجه جديد مقداره zA واتجاهه هو نفس اتجاه A .
وبصورة عامة فإن ضرب المتجه A بالكمية القياسية c يعطي المتجه cA و اتجاهه هو نفس اتجاه A إذا كانت الكمية القياسية c موجبة . وعكس اتجاه A إذا كانت الكمية القياسية c سالبة .

من الأمثلة الفيزيائية على ضرب المتجه بكمية قياسية الزخم الخطي (كمية التحرك الخطية)P وهو حاصل ضرب الكتلة m ر في متجه السرعة v ويعطي بالعلاقة (٦ – ٣)

$$P=mv$$

(٣–٦)

٣–٢ متجهات الوحدة vectors unit

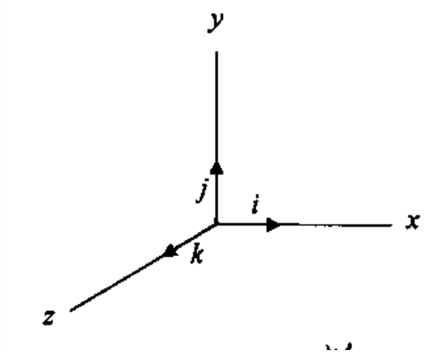
متجه الوحدة هو متجه له اتجاه معين وقيمته هي الوحدة (Unity) ، وليس له وحدة قياس أو بعد.

يوجد ثلاث متجهات وحدة في نظام الإحداثيات الكارتيزية (لديكارتية) هي i و j وK –(يدويا تكتب k,j,i)

حيث أن هذه المتجهات تشير إلى الاتجاه الموجب للمحاور على الترتيب كما هو موضح في الشكل (٣-١٠) ، فمثلا إذا كان المتجه A يتجه باتجاه x الموجب وقيمته A و B يتجه باتجاه y الموجب وقيمته B و C باتجاه z الموجب وقيمته C فان هذا المتجهات تكتب على الترتيب بالصورة الاتجاهية التالية :

الشكل (٣-١٠)

(٣-٧) $A=Ai,B=Bj,C=Ck$

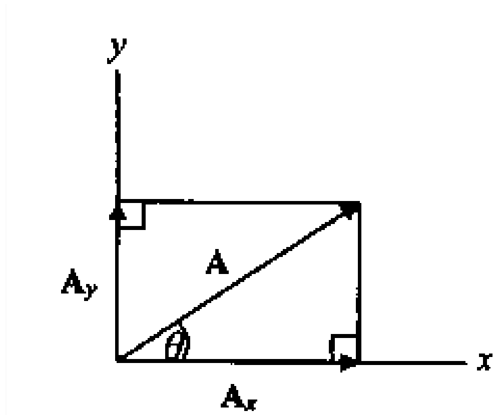


الشكل (٣-١٠)

ملاحظة : وجود الإشارة السالبة أمام أي متجه وحدة يدل على الاتجاه المعاكس فمثلا ـ تشير إلى الاتجاه السالب لمحور x

تحليل المتجهات**vectors of Analysis**

يمكن تحليل أي متجه A واقع في المستوى xy إلى متجهين متعامدين ، الأول موازي لمحور x(A_x) والآخر موازي لمحور Ay وتكون محصلتهما هي نفس المتجه A :



شكل (١١-٣)

$$A=A_Xi+A_Y\,j \qquad (3-7)$$

فإذا كان المتجه A يصنع زاوية مقدارها θ مع الاتجاه الموجب المحور X كما هو بالشكل(١١-٣)١ وأسقطنا من رأس المتجه A عمودين على المحورين Y,Xفان الكميتين A_X و A_Y. هما مركبتا المتجه A ومن الشكل نجد أن :

$$A_X = A\cos\theta\,, A_Y = A\sin\theta \qquad (3-8)$$

•إن المركبتين A_XوA_Y أرقام يمكن أن تكون موجبه أو سالبه (او صفر) و تسمى عملية إيجادهما بتحليل المتجه إلى مركباته

•إن المركبتين A_x وA_X و تشكلان ضلعين من مثلث قائم الزاوية بينما يشكل A وتر هذا المثلث و بتطبيق نظرية فيثاغورس نجد أن قيمة المتجه A تعطى كما في ا لمعادلة

$$A^2=A_X^2+A_Y^2 \qquad (3-9)$$

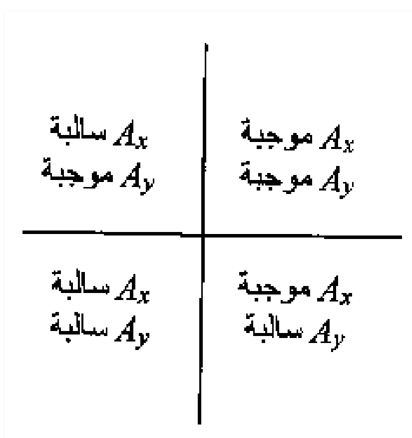
ومن الشكل (3-11) نجد ان

$$\tan\theta = \frac{A_Y}{A_X} \qquad (٣-10)$$

و عند حلها لايجاد القيمة Ø فأننا نكتب

$$A=\sqrt{A_X^2 + A_Y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{Ay}{Ax} \qquad (3-11)$$



(٣-١٢)

المعادلة (١١-٣) تقرأ θ ضلها التي الزاوية تساوي $\frac{A_Y}{A_X}$ وتعتبر قيمةθ المسؤلة عن تحديد إشارات المركبات A_YوA_X لان الزاوية Ø تحدد الربع الذي يقع فيه المتجه A الشكل يلخص الإشارات في كل المركبات في كل ربع

<u>مثال</u>

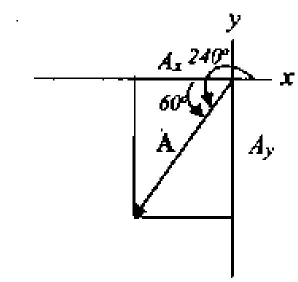
احسب المركبتين السينية و الصادية للمتجهات التالية

أ- متجه A قيمته كوحدات و يصنع زاوية مقدارها ٢٤٠° مع اتجاه الموجب المحور ×

<u>الحل soluti</u>

A_X=Acos 240 = 6x $(-1/2)$=-3

A_y= A sin 240 = $5.2\,\frac{\sqrt{3}}{2} = 6x(-$



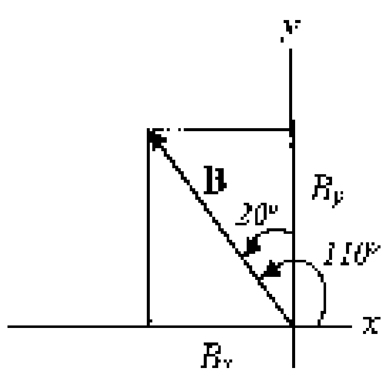
حل اخر

A_x=-A COS 60 =-6x$(1/2)$ =-3

A_Y=-A sin 60)=$-5.2\,\frac{\sqrt{3}}{2}$ =-6x (

ب- متجه B قيمته ٥ وحدات و يصنع الزاوية مقدارها ١١٠° مع الاتجاه الموجب لمحور x

<u>الحل soluti</u>



B_x= B cos 110 =−1.7

B_y= B sin 110= 4.7

B_x=− B sin 20=− 1.7

B_y= B cos 20 = 4. 7

4−3محصلة المتجهات **vectors of Resultant**

تستخدم طريقه تحليل المتجهات لإيجاد محصلة مجموعة منها فإذا فرضنا مثلاً ثلاثة متجهات A و B و C في مستوى واحد و تصنع الزوايا ($\theta_1\theta_2\theta_3$)مع الاتجاه السيني على الترتيب فإن مركبات هذه المتجهات في الاتجاه

A_X=Acos θ_1 , $B_x = b\cos\theta_2$, $C_x = C\cos\theta_3$

وتكون محصله هذه المركبات في الاتجاه السيني هي :

$$R_y = A_y + B_y + C_y = A\cos\theta_1 + B\cos\theta_2 + C\cos\theta_3$$

بالمثل بالنسبة للمركبات العمودية في الاتجاه الصادي تكون محصلتها

$$R_Y = A_X + B_Y + C_Y = A\sin\theta_1 + B\sin\theta_1 + C\sin\theta_3$$

قيمة محصلة مجموعة المتجهات تكون هي نفسها محصله المركبات السينية و الصادية و تعطي بالمعادلة (12−3)

$$R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2} \qquad (3-12)$$

ويمكن إيجاد اتجاه المحصلة أي الزاوية θو التي تصنعها مع المحور السيني من المعادلة

$$\theta=\tan^{-1}\frac{R_Y}{R_X} \qquad (٣−١٣)$$

ويمكن كتابة محصلة مجموعة من المتجهات

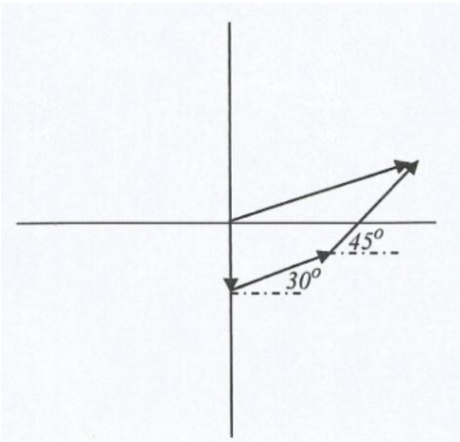
$$R=A+B+C=(A_X+B_X9+C_X)i+A_Y+B_Y+C_Y)J+(A_Z+B_z+C_Z)K \quad (3-14)$$

التطبيق (٢-٣) Application

يخرج سائح من مدينة A فيقطع مسافة km10 باتجاه الجنوب ، ثم يسير مسافة km15 باتجاه يصنع شمال شرق ثم يقطع مسافة km 20 باتجاه الشمال الشرقي . ما هو موضع السائح بالنسبة A ؟

الحل Solntion

إن المسافات التي يقطعها السائح هي متجهات إزاحة لكل منها مقدار و اتجاه ، فالمسألة هي جمع متجهات



. الرسم يوضح الحالات المتعاقبة لسير السائح و يوضح موقعه الحالي من مدينة غزة والتي تمثل نقطة (١٣-٣)

الأصل ، ولإيجاد قيمة واتجاه المحصلة (الموضع بالنسبة لمدينة A) نعمل على تحليل الإزاحات الثلاثة في الاتجاهين السيني والصادي ثم نحسب المحصلة مقدارا واتجاها.

Rx= 0+ 15 cos 30+ 20 cos 45 = 15 x 0.866 +20 x 0.707 = 27. 13 Km

Ry= 10+ 15 sin 30+ 20 sin 45 =−10 + 15 x 0.5 + 20 x 0.707= 11.64 Km

$$R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2 =} \sqrt{(27.13)^2 + (11.64)^2} = \sqrt{736 + 136.5} = \sqrt{871.5} = 29.5KM$$

$$\theta\, tan^{-1} \frac{11.64}{27.13} = tan^{-1} 0.429$$

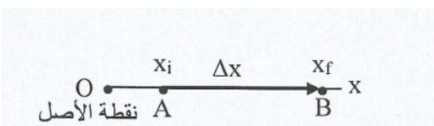
$$\theta = 23.2^0$$

ملاحظة : يمكن كتابة المحصلة بصورتها الاتجاهية

$$R = R_X I + R_Y J = 27.14I + 11.64J$$

٥-3 الإزاحة **Displacement**

نعرف إزاحة الجسم بأنها التغير في موضعه بالنسبة إلى نقطه إسناد (مرجع) معينة وهي كمية متجهة



شكل (٣-١) Δx تمثل إزاحة الجسم على خط مستقيم من الموضع A إلى الموضع B

تعتمد على نقطة البداية ونقطة النهاية بغض النظر عن المسار الذي يتبعه الجسم في تحركه

. عندما يتحرك جسم على خط مستقيم و ليكن محور x فإن اتجاه حركته يكون محدداً على هذا المحور . أي أن إزاحة الجسم Δxهي فإذا كانت موجبة فان ذلك يعني أنها باتجاه محور X الموجب و إذا كانت سالبة فيعني أنها باتجاه محور x السالب . يبين الشكل(٣-١٤) جسماً ينتقل على محور x من الموضع الابتدائي Aعند زمن t_i إلى الموضع النهائي B عند زمن t_f. إزاحة الجسم تعطى حسب الصيغة التالية:

$$\Delta x = x_f - x_i \qquad (3\text{–}15)$$

ملاحظة / يجلب التفريق ليلي المسافة distance والإزاحة displacement حيث أن المسافة تمثل الطول الفعلي مسار الذي يقطعه الجسم وهي كمية قياسية، أما الإزاحة فتمثل أقصر مسافة بين نقطة البداية ونقطة النهاية وهي كمية متجهة

3- ٦ السرعة (الاتجاهية) المتوسطةAverage velocity

نعلم أن حركة جسم ما من موضع عند زمن ابتدائي t_i إلى موضع آخر عند زمن نهائي t_f تستغرق فترة زمنية Δt . تعرّف السرعة المتوسطة بأنها نسبة الإزاحة إلى الزمن واتجاهها هو اتجاه الإزاحة وتعطى بالعلاقة:

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \qquad (3-16)$$

يوضح المثال من ⟵ ص٤

٣-٧ السرعة (الاتجاهية) اللحظية **Instantaneous velocity**

تعرف على أنها معدل تغير متجه الموضع بالنسبة للزمن وهي تعبر عن سرعة الجسم عند لحظة معين

تعطى حسب العلاقة :

$$V = \frac{dx}{dt} \qquad (٣-١٧)$$

3-8 السرعة القياسية المتوسطةspeed Average

نعرف متوسط السرعة القياسية لجسم ما بأنها نسبة المسافة الكلية التي يقطعها الجسم للزمن الكلي ، وإذا رمزنا للسرعة القياسية بالرمز s إن:

$$S = \frac{d}{t} \qquad (٣-١٨)$$

حيث d المسافة الكلية المقطوعة خلال زمن مقداره t

٣-٩ التسارع المتوسط Average acceleration

عندما يتحرك جسم ما بسرعة معينة على خط مستقيم و تزداد سرعته نقول بأنه يتسارع وإذا تناقصت سرعته فنقول أن تسارعه سالب أي أنه يتباطأ وبشكل عام نعرف متوسط التسارع (العجلة المتوسطة) a بأنه نسبة تغير السرعة اللحظية للزمن.

$$\overline{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \qquad (3-19)$$

(٣-١٠)التسارع اللحظيacceleration Instantaneous

يعرف على أنه معدل تغير السرعة اللحظية بالنسبة للزمن وتعطى حسب العلاقة :

$$a = \frac{dv}{dt} \qquad (٣-٢٠)$$

التطبيق (٣-٥) application

يتحرك جسم من نقطة الأصل شرقاً مسافة ٤٠m في ست ثواني ، ثم غرباً مسافة ٢٠m في أربع ثواني ، و أخيراً شرقاً مسافة ٦٠m في عشر ثواني . أوجد

أ) إزاحة الجسم

ب) متوسط سرعته المتجهة

ج) متوسط سرعته المتجهة خلال الفترة الزمنية الثانية

د) المسافة الكلية التي يقطعها

هـ) متوسط السرعة القياسية

الحل :

أ) بما ان الجسم يتحرك من نقطة الأصل على خط مستقيم فتكون إزاحة الجسم

$$\Delta x = x_1 + x_2 + x_3$$

وحيث ان الازاحة الكمية متجهة فانه يجب الاخذ بعين الاعتبار إشارة الازاحات الثلاثة و عليه فان الازاحة الكلية

$$\Delta x = 40m - 20m - 60m = 80m$$

وحيث ان الزاحة موجبة فانها تكون باتجاه الشرق

ب) متوسط السرعة المتجهة

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{2-}x_1}{t_2 - t_1} = \frac{80m}{6s + 4s + 10s} = 4\, {}^{m}/_{s}$$

و بما انها موجبة فهي أيضا في اتجاه الشرق .

ج) في الفترة الزمنية الثانية كانت

التغير في المسافة$\Delta x = (20 - 40)m = -20m$٢

التغير في الزمن=$\Delta t = 4s$

$$\bar{v} = \frac{-20m}{4s} = -5\, {}^{m}/_{s}$$

وبما انها سالبة تكون باتجاه الغرب

د) المسافة الكلية التي يقطعها الجسم

المسافة=d=40m+20m+60m=120m

هـ) معدل سرعته القياسية

$$s = \frac{d}{t} = \frac{120m}{6s + 4s + 10s} = 6\, {}^{m}/_{s}$$

وتختلف عن متوسط السرعة الجسم المتجهة و التي مقدارها 4m/s

مثال

(3−11) الحركة الخطية المنتضمة linear motion with constant acceleration

عندما يتحرك جسم ما بسرعة متزايدة أو متناقصة بمعدل ثابت فان حركته تكون بعجله منتظمة a تعرف بأنها السرعة بالنسبة لزمن

دعنا نفترض ان جسما ما يسسير بسرعة $v1=v0$ وعند بداية الحركة $t_1=t$ أصبحت سرعته $v_2=v$ فان التسارع (عجلة الجسم)

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v-v_0}{t-0} \qquad (٣-٩)$$

وتتلخص قوانين الحركة الخطية ذات العجلة المنتضمة بما يلي

أولاً : إذا كان الجسم يتحرك بسرعة ابتدائية v. ولا وبعجلة منتظمة a، فمن المعادلة تكون سرعته v عند الزمن t وهي

$$v=v_0+at \qquad (٣-١٠)$$

ثانياً : إذا كانت المسافة التي يقطعها الجسم خلال الزمن t هي x فإن :

$$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2 \qquad (٣-١١)$$

وهذه العلاقة تربط بين المتغيرات الثلاث t و a و x

ثالثا: من تعريف العجلة

$$a = \frac{v - v_0}{t} \qquad\qquad \therefore t = \frac{v - v_0}{a}$$

اذا عوضنا في العلاقة (٣-١١) عن قيمة t نحصل على :

$$v^2 = v_0^2 + 2ax \qquad (٣-١٢)$$

يتحرك جسم من السكون بتسارع $5m/s^2$ جد سرعته بعد مضي ثلاث ثوان على حركته

الحل :

$V_0 = 0$, $t = 3$ s , $a = 5m/s^2$

$V = V_0 + at$

$V = 0 + (5)(3) = 15$ m/s

مثال (٣-٣)

تتسارع طائرة بدءا من السكون الى ان تصل سرعتها إلى 360 km/hr و هي السرعة الازمة للاقلاع . جد التسارع اللازم لذلك اذا كان طول الندرج 1200m

الحل :

$V_0 = 0 = v = 360$ km/hr $= 360 \times 10^3 / 60 \times 60 = 100$ m/s

$X = 1200$ m

$V^2 = V_0^2 + 2ax$

$(100)^2 = 0 + 2(a)(1200)$ »» $10000/2400(a)$

$A = 10000/2400 = 4.16 m/s^2$

مثال (٤-٣)

تتحرك سيارة من السكون على خط مستقيم بتسارع منظم مقداره $2.5m/s^2$. جد

أ) الزمن اللازم حتى تقطع مسافة 50m .

ب) سرعتها في نهاية هذه الفترة .

الحل :

$V_0 = 0$, $a = 2.5m/s^2$, $x = 50m$

$V^2 = V_0^2 + 2ax$

أ)

$X = v_0 t + 1/2 at^2 >>> 50 = (0)(t) + 1/2 (2.5) t^2$

$50 = (2.5/2) t^2 = 1.25 t^2$

$T^2 = 50/1.25 = 40$

$T = (40)^{1/2} = 6.32\ s$

ب)

$V = v_0 + at >> v = 0 + (2.5)(6.32) = 15.8m/s$

مثال (٥-٣)

كانت حافلة تسير على خط مستقيم بسرعة 45 km/hr عندما شاهد سائقها حائطا أمامه استعمل الفرملة لإيقاف الحافلة ، ولكنه اصطدم بالحائط بعد أربع ثوان من بداية استعمال الفرملة . فإذا كان الحائط على بعد 40m من مقدمة الحافلة جد:

أ) تسارع (تباطؤ) السيارة قبل التصادم

ب) سرعة السيارة لحظة التصادم

الحل :

أ) لدينا المعلومات التالية

$T=4$ sec

$V_0= 45$ km/hr = 45 (1000 m/ 60x60 sec) = 12.5 m/s

$X=40$ m

$X=v_0t +1/2\ at^2$

$A=-\ 1.5\ m/s^{\ 2}$

نلاحظ ظهور إشارة سالب وهذا يعني أن تسارع السيارة كان بالاتجاه المعاكس لحركتها (تباطؤ)

. ب) أصبحت لدينا جميع المتغيرات معلومة ما عدا السرعة النهائية لحظة التصادم ، وبالتالي:

$V=v_0+at >> v=12.5 + (-1.25)\ (4) = 7.5$ m/s

قوانين نيوتن للحركةmotion of saw Newton

وضع نيوتن ثلاثة قوانين أساسية للحركة هي

القانون الأول : يظل الجسم الساكن في حالة سكون ما لم تؤثر عليه قوة تغير من حالته . و كذلك الجسم المتحرك بسرعة منتظمة في خط مستقيم يظل على حركنه ما لم تؤثر عليه قوى تغير من حالته و يوضح هذا القانون خاصية القصور للأجسام . فالجسم الساكن يقاوم أي تغير في حالة سكونه و كذلك الجسم المتحرك بسرعة منتظمة يقاوم أي تغير في حالة حركته . وهذا هو ما يعرف بالقصور الذاتي للأجسام .

القانون الثاني : إذا اثرنا بقوة F على جسم ما فإنها تحدث أو تحاول أن تحدث تغيرا في حالة الجسم عن حالة سكونه أو حركته الخطية بسرعة منتظمة . وعندما تتغير حالة الجسم تحدث عجلة تسارع a يكون اتجاهها في نفس اتجاه القوة المؤثرة .

و قد وجد نيوتن أن النسبة بين f=m.a ا القوة المؤثرة إلى العجلة الناتجة تكون دائما ثابتة للجسم الواحد و تساوي كمية المادة بداخله أي كتلته

اذا كان زمن تأثير القوة هو t و كان مقدار التغير في السرعة الجسم في تلك الفترة هو Δv فمن تعريف العجلة

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

معادلة القوة (٣-١٣)

F=m$\frac{\Delta v}{\Delta t}$

$$f.\Delta t = m\Delta v = m\,(v_2 - v_1) = mv_2 - mv_1$$

حيث v_1, v_2 هما سرعتا الجسم عند البدء و عند الانتها من تأثير القوة او على طرفي الفترة الزمنية Δt الكمية mv تعرف بكمية الحركة و يرمز لها بالرمز p و تقاس بوحدة kg.m/sec وتعطى حسب العلاقة

p=mv (٣-١٤)

و لما كان حاصل ضرب القوة × الزمن يساوي دفع القوة (Impilse)

I=f.Δt

حيث i هي الدفع ، فانه يمكن بذلك كتابة القانون التالي

$i = \Delta p = p_2 - p_1 =$ (٣-١٥)
$mv_2 - mv_1$

بمعنى ان التغير في كمية حركة جسم يساوي دفع القوة المؤثرة و المسببة و لهذا التغير و وحدة قياس الدفع هي نفس و حدة القياس كمية التحرك (kg.m/sec)

مثال (٣-٦)

سيارة كتلتها 1500 kg تصطدم بجدار كما هو موضح بالشكل (٣-٢) السرعة الابتدائية للسيارة

$v_i = 4.5$m/s باتجاه اليسار و السرعة النهائية $v_f = 2.6$ m/s باتجاه اليمين

أ) جد الدفع الناشئ عن التصادم

ب) إذا كان متوسط القوة المبذولة على السيارة $f = 1.67 \times 10^5$ n جد زمن التصادم Δt

بعد التصادم شكل (٣-٢) قبل التصادم

الحل :

أ) نعتبر ان الاتجاه الموجب هو الاتجاه الي اليمين و السالب الى اليسار .

$$i = \Delta p = p_2 = p_1 = mv_2 - mv_1$$
$$i = m(v_2 - v_1) = 1500\{2.6 - (4.5)\}$$
$$i = 1500\{2.6 + 4.5\} = 1.07x10^{x}kg\ .m/s$$

ب)

I=f.Δt

$$\Delta t = \frac{i}{f} = 1.07x10^{4}/1.76x10^{5}$$
$$\Delta t = 60.5x10^{-3}sec$$

الكتلة و الوزن mass and weight

الكتلة : هي مقدار ما يحتويه الجسم من المادة

الوزن : هو قوة جذب الأرض للجسم

فاذا كانت كتلة الجسم هي m و عجلة الجاذبية الأرضية هي g فان وزن الجسم w يعطى حسب العلاقة التالية

w=m g (٣-١٦)

ويلاحظ هنا ان وزن الجسم كمية متجهة أما كتلة الجسم فهي كمية غير متجهة .

القانون الثالث :

إذا أثر جسم بقوة ما على جسم آخر فإن هذا الجسم الثاني يؤثر بقوة مساوية في المقدار و مضادة في الاتجاه للقوة الأولى . أي أن لكل فعل رد فعل مساو له في المقدار و مضاد له في الاتجاه .

3-3 قانون بقاء كمية الحركةLaw of conservation of momentumm

إذا تصادم جسمان تتغير كمية حركة كل منهما و لذلك يؤثر كل منهما بقوة على الآخر . إذا لم يؤثر على أي منهما أثناء التصادم قوى خارجية ، أي أنهما يكونان مجموعه معزولة فإن كمية الحركة الكلية للجسمين قبل التصادم تساوي تماماً كمية الحركة للجسمين بعد التصادم و يسمى هذا القنون بقانون بقاء كمية الحركة . و يمكن إثباته رياضياً باعتبار تصادم كرتين كتلتيهما m1,m2 تتحركان بسرعتين ابتدائيتين v1,v2 و على الترتيب عندما تتصادم الكرتان تؤثر الكرة الأولى على الثانية بقوة F2 وتؤثر الثانية على الأولى بقوة F1 بحيث . F = − F2 وذلك حسب قانون نيوتن الثالث . وإذا كان زمن التصادم هو ٤ وتغيرت سرعتي الكرتين بعد التصادم إلى v1,v2 و فبتطبيق قانون نيوتن الثاني على كل من الكرتين نجد أن:

$$F1=M1(V1-V2)/\Delta t$$
$$F2=M2(V2-V2)/\Delta t$$

$$F1=-F2$$
$$M1(V1-V1)\ \Delta T=-M2(V2-V2)/\Delta T$$
$$\therefore M1V1+M2V2=M1V1+M2V2$$

وهذا يثبت عدم تعير كمية الحركة الكلية قبل وبعد التصادم وهذا ما يُعرف بقانون بقاء كمية الحركة . أما إذا التحم الجسمين المتصادمين ليكونا واحدا بعد التصادم سرعته v فإن

$$V1=V2=V$$

ناحسما وعليه فإن قانون بقاء كمية الحركة يكتب على الصورة التالية

$$\therefore M1V1 + M2V2 = (M1 + M2)V$$

مثال (٧-٣)

: أطلقت رصاصه كتلتها 2gmعلى كتله خشبية كتلتها 600mg معلقه بخيط خفيف فإذا كانت سرعة الرصاصة 28000 أوجد السرعة التي تكتسبها كتلة الخشب علماً بأن الرصاصة استقرت في الخشب

.

يلاحظ أن السرعة الابتدائية لكتلة الخشب V2=0

والسرعة النهائية للرصاصةv1 هي نفس السرعة النهائية لكتلة الخشب v2 و يمكن كتابة حيث أنهما أصبحتا جسماً واحداً وعليه

M1v1+m2v2=(m1+m2) v

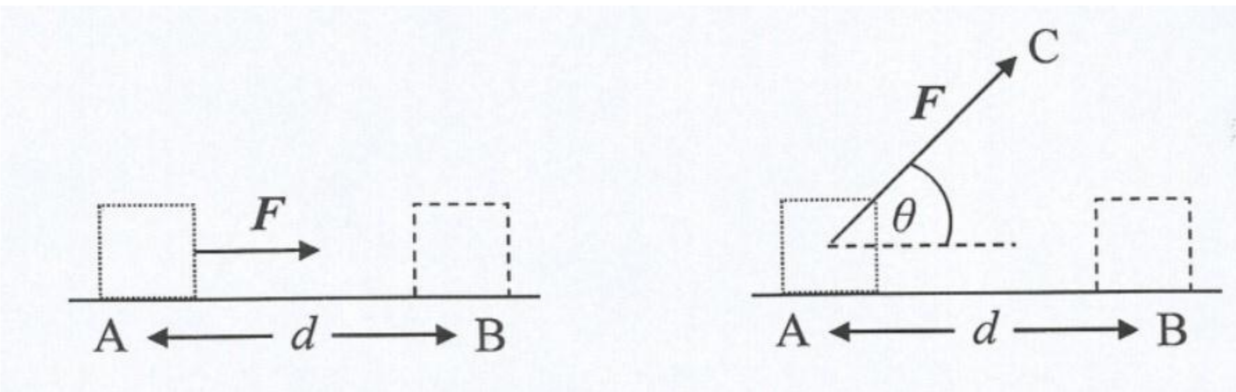
2(28000)+0=(2+600) v

V=56000/602=93.3 cm/sec

14-3الشغل والطاقةenergy and Work

تحدث القوة شغلا على جسم ما إذا غيرت من موضع هذا الجسم . و تعريف الشغل هو حاصل ضرب الإزاحة التي يتحركها الجسم في مركبة القوة باتجاه الإزاحة . فمثلاً إذا أثرت قوة F في الاتجاه من الموضع A إلى الموضع B ، ثم تحرك الجسم مسافة له في هذا الاتجاه كما بالشكل (3-3) يكون الشغل المبذول هو

$$w=f.d \qquad (3-19)$$



شكل (٣-٣)

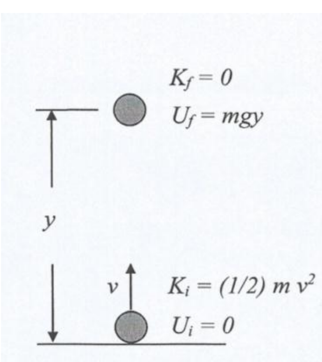
أما إذا كان اتجاه القوة F بالاتجاه من A إلى C فان الشغل المبذول يكون

$$W=(f \cos Ø)\, d$$

$$W=f\, d \cos Ø$$

حيث مقدار الإزاحة التي تحركاتها الكتلة هي (f cos Ø هي مركبة القوة F في اتجاه الإزاحة d. يتضح من القانون السابق أن الشغل يكون موجبا إذا كانت القوة باتجاه الإزاحة لأن (cos٠ =١)، ويكون سالبا إذا كانت القوة معاكسة لاتجاه الإزاحة لأن (cos١٨٠ = – ١). وحدة قياس الشغل هي داين سم (ارج erg) أو نيوتن. متر (جول joule) وهو وحدة كبيرة حيث ا جول =. ١ " (داي نيسم) =. ا " ارج.erg

ومن الملاحظ دائماً أنه كلما بذل شغل في مجموعه معزولة من الأجسام التي تؤثر عليها قوى يحدث تغيرات في الطاقة الداخلية لها. فمثلاً الشغل المبذول لرفع جسم مما يزيد من الطاقة الكامنة فيه بفضل موضعه وتسمى هذه الطاقة بطاقة الوضع ويرمز



شكل ٣-٤

لها بالرمز U كما بالشكل (٢ – ٤). أيضاً الشغل المبذول في التغلب على قوى الاحتكاك يرفع من الطاقة الحرارية للجسم. وهكذا . . . نستخلص القانون الآتي:

قانون الشغل والطاقة " التغير في طاقة وضع جسم أو مجموعة أجسام معزولة يساوي تماماً مقدار الشغل

الشغل المبذول = التغير في طاقة الجسم

الإشارة السالبة للشغل تعني أنه حصل فقد لطاقة حركة الجسم، فمثلا إذا قذف جسم لأعلى فإن طاقة حركته ستقل وتتحول إلى طاقة وضع (انظر الشكل – ٣) ٤.

مثال (٣ – ٨)

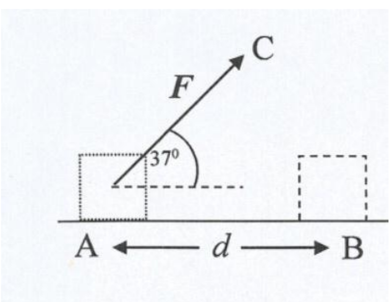
جسم كتلته ٢ Kgيتحرك تحت تأثير قوة (٢٠ (F = Nتصنع زاوية مقدارها ٣٧٠ كما بالشكل (٢ –) ٥. فإذا تحرك الجسم مسافة مقدارها d (4 = m /) على سطح أملس، احسب الشغل المبذول بواسطة القوة f

الحل :

حيث أن القوة تصنع مع الإزاحة زاوية Ø فسنستخدم العلاقة

$W=f\ d\ \cos\theta$

بالتعويض نجد أن



شكل (٣-٥)

$W=(20)(4)(\cos 37^0) = 63.9\ j$

مثال (٣ – ٩)

قذفت كرة كتلتها ٢ Kgإلى أعلى مسافة مقدارها .(d=4m)احسب الشغل المبذول بواسطة قوة الجاذبية الأرضية .

الحل : حيث أن الجسم قذف الى أعلى فإن الإزاحة تكون إلى أعلى في حين أن القوة المؤثرة على الجسم وهي قوة الجاذبية الأرضية إلى أسفل ، أي أن القوة تصنع مع الإزاحة زاوية مقدارها ١٨٠ .

$$W = f\, d \cos \theta$$

بالتعويض نجد أن

$$W = (20)(4)\,(\cos 180^0) = -80j$$

الإشارة السالبة تعني أنه قد حصل فقد لطاقة حركة الكرة .

ملاحظة / لو أن الجسم سقط من أعلى إلى أسفل بنفس المسافة d فإن الشغل المبذول بواسطة الجاذبية سيكون موجبا وقيمته ٨٠ والإشارة الموجبة تعني أن هناك زيادة في طاقة الحركة .

– ١٩ طاقة الوضع وطاقة الحركة energy kinetic and Potential

عند قذف جسم كتلته m إلى أعلى فإن القوة المؤثرة عليه تساوي وزن الجسم أي أن :

$$F = mg$$

حيث gعجلة الجاذبية الأرضية ، وحسب قانون الشغل والطاقة تكون الزيادة في طاقة الجسم – عند رفعه مسافة رأسية ر – مساوية للشغل الذي تبذله القوة ، أي أن :

$$\Delta U = -w = -(-fy) = mgy$$

حيث $(\Delta u = u_f - u_i$وضع نهائية هي التغير في طاقة الوضع . وإذا اعتبرنا أن الجسم بدأ بطاقة وضع ابتدائية وانتهى عند طاقة(Uf=U) فان :

U= MGY (٣-٢٠)

هذه الزيادة في طاقة الوضع للجسم هي التي اكتسبها برفعه المسافة العمودية، ومن الجدير بالذكر هنا أن الزيادة في طاقة الوضع هذه لا تتوقف على المسار الذي يتحرك فيه الجسم عند رفعه. عندما يتحرك جسم ما فإنه يكتسب طاقة بفضل تلك الحركة ويمكن إيجاد مقدار هذه الطاقة باستخدام قانون الحركة الخطية تحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية : G

$$v^2 = v_0^2 \quad - 2ax$$

فعندما تؤثر قوة على جسم متحرك بحيث تغير سرعته من Vo إلى V فإنها تبذل شغلا يمكن حسابه من المعادلة السابقة كما يلي :

(٣ - ٢١)

$\frac{1}{2}(v^2 - v_0^2) = gy$هنا المعادلة اكتب.

حيث تم استبدال التسارع a بعجلة الجاذبية g والمسافة .x بالمسافة الرأسية ، yوبضرب طرفي المعادلة

(٢١ - ٣) في الكتلة m نحصل على :

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -mgy = w$$

الكمية هو ما تعرف بطاقة حركة الجسم ويرمز لها بالرمز K ، أي أن :

$$k\frac{1}{2}\ mv^2 \qquad (٢١ - ٣)$$

وعليه فإن

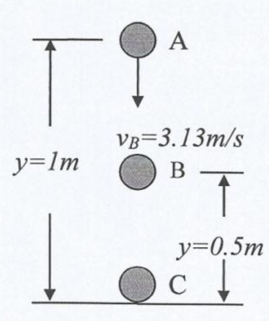
$$k_f - k_i = \Delta k = w \qquad (٢٢ - ٣)$$

– الكمية W هي الشغل الذي بذلته القوة ويساوي طاقة حركة الجسم النهائية مطروحا منها طاقة حركته الابتدائية وتعرف طاقة حركة الجسم بنصف حاصل ضرب كتلة الجسم في مربع سرعته .

سقطت كرة كتلها ١ Kgمن السكون من ارتفاع impعند النقطة A فوصلت النقطة – B والتي تقع على 2ارتفاع ٠.٥ m من سطح الأرض – بسرعة مقدارها 3 13mكما بالشكل(3–6) . احسب كل من

أ) طاقة الوضع وطاقة الحركة عند النقطةA

ب) طاقة الوضع وطاقة الحركة عند النقطةB



شكل ٣-٦

ت) طاقة الوضع وطاقة الحركة عند وصول الكرة إلى سطح الأرض .

عند النقطة A تكون الكرة على ارتفاع $y = im$ لذلك فإن طاقة وضعها تساوي

$U_a=mgy=(1)(9.8)(1)= 9.8\ j$

أما طاقة حركتها عند A فتساوي صفرا ($K\ a=0$) لأنها بدالت حركتها من السكون($v_a=0$).

ب) طاقة الوضع عند النقطة B

$U_B=mgy=(1)(9.8)(0.5)= 4.9\ j$

طاقة الحركة عند النقطة b تساوي

$K_b =(1/2)\ m\ v^2$

$K_b =(1/2)(1)\ (3.13)^2=4.9\ j$

ت) طاقة الوضع عند سطح الأرض تساوي صفرا ($U = ٠$ لأن $y= ٠$

. لحساب طاقة حركتها عند سطح الأرض يجب حساب سرعتها أولا لحظة وصولها للارضر وذلك باستخدام معادلات الحركة في خطط مستقيم.

$V^{2=}V_0^2+ 2AY$

$V^2=(2)^2+2(9.8)(1) = 19.6\ M^2/s^2$

$K=(1/2)\ m\ v^2 = (1/2)(1)(19.6)=9.8\ j$

16−3قانون بقاء الطاقةenergy of conservation of Law

يعتبر قانون بقاء الطاقة من القوانين الهامة جدا في الفيزياء وينص على أن الطاقة لا تفنى ولا تستحدث من عدم ويمكن أن تأخذ صورة أخرى ، أي تتحول من نوع إلى آخر . فمثلا إذا سقط جسم من حالة السكون في مجال الجاذبية الأرضية فإنه يكتسب طاقة حركة تساوي تماما ما يفقده من طاقة
وضع

يمكن استنتاج قانون بقاء الطاقة من العلاقة السابقة حيث أن

$$k_f - k_i = w = -\Delta u = -(u_f - u_i) = -u_f + u_i$$

او ان

$$k_f + u_f = k_i + u_i \qquad (٣-٢٣)$$

و بصورة أخرى

$$e_f = e_i$$

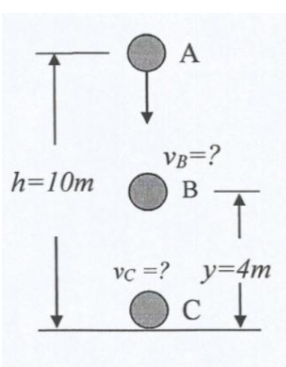
حيث ان الكمية

E=K+U

تسمى بالطاقة الميكانيكة وهي عبارة عن حاصل جمع طاقة الحركة وطاقة الوضع . وأنواع الطاقة كثيرة ، فبالإضافة إلى الطاقة الميكانيكية التي تشتمل طاقة الحركة وطاقة الوضع يوجد الطاقة الحرارية والكهربائية والمغناطيسية والطاقة الضوئية.

مثال (3−11)

جسم صغير كتلته M=2kgأسقط من ارتفاع h=10mفوق سطح الأرض كما بالشكل (3 − 7) .



شكل ٣-٧

مستخدما مبدأ حفظ الطاقة احسب ما يلي :

أ) سرعة الجسم على ارتفاع y=4m من سطح الأرض .

ب) سرعة الجسم لحظة وصوله لسطح الأرض.

باستخدام مبدأ حفظ الطاقة بين النقطتين A و B نحصل على

$$k_a + u_a = k_b + u_b$$

$$0+mgh=(1/2)\ m\ v_b^2+mgy$$

$$2g\ (h-y)=v_b^2$$

$$V_b^2=(2)(9.8)(10-4)=117.6$$

$$V_b=10.8 m/s$$

ب) باستخدام مبدا حفظ الطاقة بين النقطتين aو c نحصل على

$$k_a + u_a + k_c + u_c$$

$$0+mgh=(1/2)\ m\ v_c^2+0$$

$$2g\ h = v_c^2$$

$$V_c^2 =(2)(9.8)(10)= 196$$

$$Vc = 14\ m/s$$

الحركة الدائرية المنتظمة moion circular Uniforn

إذا تحرك جسم على مسار دائري نقول بأن حركته دائرية . مثال ذلك حركة جسدسم مربوط في خيط ويدور حول حامله ، وحركة سيارة على منعطف دائري ، كذلك يمكن اعتبار حركة الأرض حول الشمس دائرية تقريبا

إذا اعتبرنا حركة نقطة مادية بسرعة منتظمة v على محيط دائرة نصف قطرها r كما بالشكل (٢ – ٨) فإن اتجاه سرعتها يكون دائما باتجاه المماس للدائرة . إذا انتقلت النقطة المادية من الموضوع A إلى الموضع B في زمن قدره فإن قوس الدائرة يصنع زاوية$\Delta\theta$عند المركز O

السرعة الزاوية للحركة : تعرف السرعة الزاوية (w) بالمعادلة التالية

$$w = \Delta\theta/\Delta t$$

وعندما تكون ا ٤ صغيرة جدا فإن قيمة تصبح السرعة الزاوية اللحظية للنقطة المتحركة حول المركز ٠ ووحدتها زاوية نصف قطرية لكل ثانية . (Sec/ rad)

السرعة المماسية للحركة : هي السرعة الخطية لنقطة متحركة على مسار دائري عند أي موضع ويكون اتجاهها باتجاه المماس ويرمز لها بالرمز v انظر الشكل ٢ – ٨ ووحدتها هيS/ m

العلاقة التي تربط بين السرعتين الزاوية والمماسية هي:

(٣-٢٥) $$v=r\,w$$

حيث rهو نصف قطر الدوران .

إذا كان T هو الزمن الدوري (أي زمن الدورة الكاملة) فإن:

(3-26)

$$w = \frac{2\pi}{t} = 2\pi n$$

حيث ١١ هو التردد (أي عدد الدورات خلال الثانية الواحدة) ويعطى حسب العلاقة

(2-27

$$n = \frac{i}{t}$$

من المعادلتين (٣-٢٥)و(٣-٢٦) نجد ان :

V=rw=r$\left(\frac{2\pi}{t}\right)$

(3–28)

$$n = \frac{2\pi}{t}$$

أي أن السرعة = محيط الائرة / الزمن الدوري . وحيث أن السرعة لا في الحركة الدائرية تكون متغيرة الاتجاه باستمرار ، فإن هذا التغير في الاتجاه يتسبب في تسارع الجسم باتجاه المركز ويسمى التسارع هنا بالتسارع المركزي ويرمز له بالرمز Ar

و يعطى حسب العلاقات التالية

(3–29)

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

يدور القمر حول الأرض بمسار دائري نصف قطره KM 3.85×10^5 ويكمل دورة كاملة خلال ٢٧ . ٣ يوم . احسب

أ) التسارع المركزي للقمر باتجاه الأرض .

ب) سرعة الزواية

الحل :

أ) زمن الدورة الواحد (الزمن الدوري) يساوي

T=27.3x24x60x60=2.36x10^6 sec

يمكن حساب سرعة القمر كالتالى

$$v = 2\pi r\ /t$$
$$v = 2\pi(3.85x10^5x10^3)/2.36x10^6 =$$

=1026 m/s

من هنا نجد ان التسارع المركزي يساوي

$A_r = v^2/r = (1026)^2/3.85x10^8 = 2073x10^{-3}$

ب) السرعة الزاوية تعطى حسب العلاقة

$$w = 2\pi lT = 2\pi l2.36x10^6$$

$W = 2.6x10^{-6}$ rad/sec

ويمكن استخدام العلاقة

$W = v/r = 1026 / 3.85x10^8 = 2.6x\ 10^{-6}$ rad/sec